

Васил Пенчев

**МАТЕМАТИЗИРАНЕТО НА ИСТОРИЯТА:  
ЧИСЛО И БИТИЕ**

Институт за изследване на обществата и знанието  
Българска академия на науките

Vasil Penchev

**MATHEMATIZING HISTORY**

**NUMBER AND BEING**

Institute for the Study of Societies and Knowledge  
Bulgarian Academy of Sciences

Васил Пенчев

**МАТЕМАТИЗИРАНЕТО НА ИСТОРИЯТА**

**ЧИСЛО И БИТИЕ**

София 2013

Институт за изследване на обществата и знанието  
Българска академия на науките

## **Математизирането на историята. Число и битие**

Автор: Васил Динев Пенчев

Научни рецензенти:

Проф. д. фил. н. Нонка Богомилова Тодорова,

Българска академия на науките, Институт за изследване на обществата и знанието

Доц. д. фил. н. Вяра Гешкова Николова,

Югозападен университет „Неофит Рилски“ – Благоевград, Катедра „Философия“

Издателство „Оргсистем – Център за социални и хуманитарни и изследвания“

**Книгата** е първа част от по-широк замисъл – „Числа“. Така е назована на гръцки и от него на всички езици четвърта глава от Библията, посветена на преброяването на израилтяните и похода в пустинята. Стремешът е се да представи едно осъвременено питагорейство. Предвиждат се още две части:

Синтактично-семантично интерпретиране на вълновата функция. **Число и знак**

**Математизирането на историята. Число и история**

**Книгата** е предназначена за научни работници в областта на философията, историята и математиката, за докторанти и студенти, за всеки, който се интересува от тази проблематика.

Авторът, Васил Пенчев е доцент в Института за изследване на обществата и знанието (<http://issk-bas.org/>) на Българската академия на науките (БАН) и доктор на философските науки, инженер по образование. Книги от него: „Битие и наука“ (Дамян Яков, 1996), „Коментар към Мамардашвили“ (ЛИК, 1996), „Радичков другарува с думите“ (Филвест, 2000), „Свирепа философия“ (АИ „Проф. Марин Дринов“, 2007), „Мислене и стихотворене“ (Булгед, 2007), „Мъртвият Бог?“ (Булгед, 2007), „Разумът в цивилизацията“ (ИФИ-БАН, 2008), „Историята на СССР. Догонващо развитие и/или историческа приемственост“ (ИФИ-БАН, 2008), „Историческата приемственост в глобализиращото догонване“ (АИ „Проф. Марин Дринов“, 2009), „Философия на квантовата информация“ (ИФИ-БАН).

Блогове, на които се публикуват негови научни текстове и презентации:

[https://www.researchgate.net/profile/Vasil\\_Penchev](https://www.researchgate.net/profile/Vasil_Penchev)

<http://www.slideshare.net/vasil7penchev>

<https://www.scribd.com/vasil7penchev>

## СЪДЪРЖАНИЕ

### I. НАМЕРЕНИЯ

1. Понятието вероятност (9)
2. Вероятност на единично събитие (9)
3. Питагорейство (9)
4. „Битие и събитие“ на Бадиу (9)
5. Процесуалната философия (10)
6. Логос и число (11)
7. Хусерл за „Галилеевата математизация“ (12)

### II. ЧИСЛОТО КАТО ВЕРОЯТНОСТ

8. Три възможности за понятието „вероятност“ (16)
9. Вероятността като код (17)
10. Феноменологична, трансцендентална и ейдетична редукция (17)
11. Дерида по следата Тракъл у Хайдегер (19)
12. Какво са числата по Бадиу? (23)
13. Вселената-компютър (27)
14. Квантовата механика и теорията на относителността (28)
15. Гибсовска и Болцмановска статистика (30)
16. Безкрайност и тоталност (31)
17. „Принципът на Мах“ (32)
18. Ръсел за математиката (34)
19. Проблемите на Хилберт (36)
20. Генценовото изчисление на секвенциите (45)
21. Порочен и херменевтичен кръг (48)
22. Теоремата на Коушън и Шпекър (52)
23. Неадитивността (55)
24. Истина (56)
25. Епистема в Никомаховата етика и у Фуко (58)
26. Рамзи за вероятността (59)
27. Квантова вероятност (60)
28. Колмогоров, Кокс и Лаплас за вероятността (62)

### III. НОВАТА ПАРАДИГМА

29. „Скритите параметри“ (70)
30. Квантовите пропозиции по фон Нойман (73)
31. Приносът на небитието (76)
32. Усилена аксиомата за избора (77)
33. Машина на Тюринг и квантов компютър (79)
34. Сложност по Колмогоров (81)
35. Сложност и случайност (85)
36. Информационна „кривина“ (88)
37. Времето (95)
38. Алгоритъм и еталон (96)
39. P срещу NP (100)
40. Особеният елемент на едно множество (102)
41. Кардинал и ординал по фон Нойман (108)
42. „Dazeit“ и цикличното време (110)
43. Аксиома за кохерентността (114)
44. Решетки върху кюбит (119)

- 45. Фон Нойман срещу Гьодел (125)
- 46. Теория на институциите (126)
- 47. Новата парадигма (127)
- 48. Съвпадение на модел и реалност в квантовата механика (137)
- 49. Критиката на Бел (140)
- 50. „Теоремите за свободната воля“ (142)
- 51. Хилбертова или Гьоделова е математиката на реалния свят? (146)
- 52. Изводи и предстоящото (152)

## TABLE OF CONTENTS

### I. INTENTIONS

1. The concept of probability (9)
2. The probability of a single event (9)
3. Pythagoreanism (9)
4. Badiou's "Being and event" (9)
5. Process philosophy (10)
6. Logos and Number (11)
7. Husserl on „Galilean mathematization“ (12)

### II. NUMBER AS PROBABILITY

8. Three options about the notion of "probability" (16)
9. Probability as a code (17)
10. Phenomenological, transcendental, and eidetic reduction (17)
11. Derrida in the trace of Trakl after Heidegger (19)
12. What are numbers in Badiou? (23)
13. The universe-computer (27)
14. Quantum mechanics and relativity (28)
15. Gibbs's and Boltzmann's statistics (30)
16. Infinity and totality (31)
17. Mach's principle (32)
18. Russell on mathematics (34)
19. Hilbert's problems (36)
20. Gentzen's sequent calculus (45)
21. Vicious or hermeneutical circle (48)
22. The Kochen-Specker theorem (52)
23. Nonadditivity (55)
24. Truth (56)
25. Episteme in the Nicomachean Ethics and in Foucault (58)
26. Ramsey on probability (59)
27. Quantum probability (60)
28. Kolmogorov, Cox, and Laplace on probability (63)

### III. THE NEW PARADIGMA

29. The „hidden parameters“ (70)
30. Von Neumann's "quantum propositions" (73)
31. The contribution of non-being (76)
32. The axiom of choice enhanced (77)
33. Turing machine and quantum computer (79)
34. The Kolmogorov complexity (81)
35. Complexity and randomness (85)
36. Information „curvature“ (88)
37. Time (95)
38. Algorithm and standard (96)
39. P vs NP (100)
40. The special element of a set (102)
41. Cardinal and ordinal number after von Neumann (108)
42. "Dazeit" and cyclic time (110)
43. An axiom of coherence (114)
44. Lattices on a qubit (119)

- 45. Von Neumann vs Gödel (**125**)
- 46. Institution theory (**116**)
- 47. The new paradigm (**127**)
- 48. The coincidence of model and reality in quantum mechanics (**137**)
- 49. Bell's criticism (1966) (**140**)
- 50. The „freewill theorems“ (**142**)
- 51. Whether is the mathematics of the real world Hilbert or Gödel one? (**146**)
- 52. Conclusions and the forthcoming (**152**)



## **I. НАМЕРЕНИЯ**

### **1. Понятието вероятност**

Предмет на настоящия текст е философското изясняване и съпоставяне на основните подходи за въвеждане или обосноваване на понятието вероятност с мотивация, произлизаща от квантовата механика и информация, от една страна, и една обща теория на историческите процеси, от друга.

### **2. Вероятност на единично събитие**

Общото за тези две и някои други споменати и сходни научни области е неизбежността на привличане на понятие за вероятност, което да е приложимо и за вероятност на единично събитие по начин, който да е различен от въвеждане на субективна вероятност<sup>1</sup>.

### **3. Питагорейство**

Нашият път в крайна сметка ще ни отведе към онази позиция във философията, известна като питагорейство, която настоява за фундаментална или субстанционална, но при всяко положение основополагаща и онтологична роля на реалията число. При такъв подход ще говорим не за модели, а за същности, които са математически.

### **4. „Битие и събитие” на Бадиу**

След такъв анонс е неизбежно да ситуираме настоящата работа по отношение на идеите на големия френски философ Ален Бадиу и особено на неговия фундаментален труд „Битие и събитие” (Badiou 1988). Почти всички от неговите изходни постановки могат да бъдат приети и по-специално: значението на Хайдегер за съвременната философия (напр. Badiou 1988: 7); разбирането за математиката като онтология (напр. Badiou 1988: 7-10) и дори и в известен смисъл<sup>2</sup> като мета-онтология (Badiou 1988: 20); фундаменталната философска роля на теорията на

---

<sup>1</sup> Може да се отбележи особения начин, по който де Финети въвежда субективна вероятност: като обзалагане между алтернативите за настъпване или не на дадено събитие (de Finetti 1937: 27-28). По същество е пак субективна вероятност, но заедно с това може да се тълкува като математическото очакване на печалбата от разминаване на субективната (в съотношението между алтернативите при облога) и обективната вероятност. Ако съвпадат, очакването ще е единица.

<sup>2</sup> Доколкото сам Бадиу пише: „Това, че тезата: онтология = математика е метаонтологична, изключва, че тя е математическа, това ще рече – онтологична“ (Badiou 1988: 20). Да подчертаем, че самият тезис „онтология = математика“ е мета-онтологичен, следвайки Бадиу. В нашето разглеждане, в което тоталността е неминуемо циклично да се отнесе към самата себе си, мета-онтологията трябва да съвпадне с онтологията и оттук самата математика се оказва мета-онтология по ограничаващ и следователно евристичен начин.

множествата, математическата логика, теорията на категориите (напр. Badiou 1988: 17).

Заедно с това ще изтъкнем редица акценти, специфични за настоящата работа. На първо място това е холизмът и същностната, следователно математико-онтологична връзка с квантовата механика и информация. Трябва да се подчертаят също концепцията за цикличността, идеята за рационално осмисляне на теологията („Теологията като строга наука“, ако си позволим да перифразираме Хусерл), тълкуването философски на случайността като сложност по идеите на Колмогоров и Мартин-Льоф (Колмогоров 1969: 6; Мартин-Лёф 1966; 1966A: 3.1 и следв., особ. 3.7-3.14; 1966D), свързването на математико-онтологическа числовост с понятието за вероятност и философската категория за възможност и с тази за времевост или време, изясняване на необходимата трансформация в самата възможност за знание; значението на Хусерл, Дерида и на редица съвременни философи за обосноваване за целия този кръг от идеи. Всичко това налага на съответното място едно малко по-подробно обсъждане на възгледите на Ален Бадиу в подобен изменен контекст.

## 5. Процесуалната философия

Настоящата работа би могла да бъде поставена и в контекста на процесуалната философия, едно твърде разноречиво течение: затова е уместно да се определи в неговите рамки по-точно отправната точка. Поради широкото позоваване на възгледите на Ръсел и фундаменталната роля, която се отрежда на математиката, естествено е да се обърнем за това към възгледите на Уайтхед, и то по-специално към основното му произведение „Процес и реалност“ (Whitehead 1978). Същественото място, което отделяме на квантовата механика и информация, предполага разглеждането му и в такъв контекст (Epperson 2004).

В сравнение с възгледите на Бадиу връзката на настоящата работа с подходите на Уайтхед е по-скоро периферна. Тя се осъществява по-скоро чрез дуализма, отколкото чрез фундаменталната роля на математиката, за каквато Уайтхед не спомежава. В такъв отрицателен смисъл, освен неговата основополагаща работа, може да се посочи и „Въведение в математиката“ (Whitehead 1911), в която също би могло да се очаква поне намек за фундаменталност на математиката. Но няма.

Що се отнася до основния му философски патос за това, че традиционната философия не отделя адекватно място на процесите, а субстанциите са не само изходна точка, но и главен предмет на изследване, то той може да бъде споделен и

чрез него да се обоснове „по процесуалистки“ прехода от „субстанциалната“ теория на множествата към „дуалистичната“, „субстанциално-процесуална“ теория на категориите. В нея на морфизмите се отделя дори по-голямо внимание, отколкото на обектите. Разбира се, вдъхновени от допълнителността на квантовата механика, не търсим никакъв нов, „най-после истинния“, сега процесуален монизъм на морфизмите, а своеобразна „суперсиметрия“ и пълна относителност на морфизми и обекти. Собствено подобна идея във философията на Уайтхед също не може да се открие.

Урокът не само по физика, но и по философия, който преподава Айнщайн чрез всеобхватното – всеобхватно дори експериментално – потвърждение на концепцията за относителността, е по-близък не само като хронология към процесуалността. Относителни са само движенията. Така, доколкото физическите движения са естествено процеси, относителността с нейното епохално значение за човешкото знание навлиза през един имплицитен процесуалистки подход.

Нещо повече, нашият подход към философията на квантовата механика и информация потегля като една още по-широка процесуалност под формата на обобщаване на Айнщайновия призив за „всеобща ковариантност“ и до дискретни физически движения (респ. математически морфизми). Тогава понятието за скорост е неопределимо по обичайния начин, но може да се търси негово разширяване по посока на вероятно разпределение на случайно пространствено местоположение в духа на квантовата механика, което ще мислим и чрез колмогоровска сложност. Всичко това идва да покаже плодотворността на процесуалния подход на съвременния етап, която обаче е лесно да заслепи и да се абсолютизира до изначалност именно на процесите.

## **6. Логос и число**

Всъщност обаче, макар и зачената може би като процесуалност, идеята за относителност се развива, „пораства“ и отива отвъд процесуалността и дори отвъд себе си като се самоприлага: относителността е относителна и така обектите се оказват „възстановени“ и на основата на последователно и радикално процесуално мислене. Можем ли сега вече да съзрем и философския подвиг на Нилс Бор за въвеждане на дуалност или допълнителност, в крайна сметка отвеждащ ни при изворите и необятното течение, „процесът“, „Даото“ на китайската философия?

В зората на европейската цивилизация, когато се появява и самата идея за философия, а и дума, за да я обозначава, Логосът и Числото са заедно, дори обвити от мистична или сакрална аура при предсократиците, сред които понякога забравяме да причислим – както впрочем пропуска например и Хайдегер<sup>3</sup> – питагорейците<sup>4</sup>. Езотерично и свещено, дори забранено, за да се опази от профанизиране, Числото обаче се просмуква в идеята и ейдоса на Платоновото учение, измества се от Логоса в публичното философстване. Така европейската цивилизация задава огромна амплитуда за Числото: от маргиналия до сакралия.

### **7. Хусерл за „Галилеевата математизация“**

В нашата епоха Хусерл критикува „Галилеевата математизация“ (Husserl 1976K: 20-60), която някои не особено далновидни или може би дори злонамерени философи са склонни да тълкуват като зачеркване на Числото изобщо за феноменологията, и то от математика Хусерл, а не като критика на един конкретен и непромислен в дълбочина подход, който присъединява Числото към Битието по един съвсем външен и случаен начин и така го скрива и дори забранява за дискусия.

В контекста на самата работа и нейния „кризисен“ патос на пръв поглед изглежда, че Числото, и то особено чрез метода на непряка математизация (Husserl 1976K: 32-36), въведена чрез образа на Галилей, губи и в крайна сметка унищожава смисъла (Husserl 1976K: 42-45) и така води и вече е довела европейската цивилизация до кризата, кулминирала в невероятно жестоки и мащабни, световни войни.

Въпросът за смисъла и неоправданият патос на грешно разбиране, легитимиращо всъщност порочно, но елементарно и сякаш самопонятно за хуманитарните дисциплини, изисква известно осветление, макар и то да се намира встрани от руслото на настоящата работа: една бележка по деридовски в „белите полета на страниците“ на този текст. Отсъствието на смисъл като негова загуба и дори унищожение или отстраняване не следва да се обърква със същността на смисъла като отсъс-

---

<sup>3</sup> В тази връзка, т.е. в контекста на Хайдегер и Числото следва да се отбележи една изключително оригиналната идея: че „схващането на това определение на света – тоест да е, следва да е изчислим – е полезно в разбирането на модерното понятие за ‘политическо’ като едно цяло, не социологически, емпирично или онтично, а онтологически“ (Elden 2006: 3). Освен това съществено за нас е изследването на онова, „което Хайдегер може да ни каже относно историческата онтология на геометрията, математиката на пространството“ (пак там: 2).

<sup>4</sup> Например в следния текст (Seidel 1964), посветен тъкмо на предсократиците и Хайдегер, или в сборника (Hyland, Manoussakis, eds. 2006) за Хайдегер и Гърците, питагорейците и Питагор не са споменати нито веднъж.

твие. Смисълът е в отсъстващото точно значение като отсъстващото на точното значение, чрез което се имплицира неявното точно значение на една цялост, винаги обхващаща експлицитно казаното и искането да се каже, за да могат не само да продължат да съществуват, но и изобщо да възникнат.

Не въпреки, а именно заради това и обратно на тривиалните, но неверни представи смисълът като отсъствие увеличава значението на явно присъстващото (Gadamer 1960: 133-134). Това неопределимо нарастване на значението е чрез неговия фон, на който да се открие, или контекст, спрямо който да се определи, разбере и тълкува: т.е. да се о-смили. Това не изключва точното определение на конкретен смисъл чрез точно фиксиране на една конкретна цялост, граници на фона или контекста, чрез което липсващото също се фиксира и оттук точния придатък до пълното конкретно значение от смисъла към частното значение като значението на дадена част от цялото.

Нещо, и то много повече: можем да мислим самото цяло, или с други думи – универсалното цяло, не само като зовяща, но недостижима откритост, каквато е изглеждала винаги на човека, но заедно с това, не по-малко, нито повече, също така и като завършеност и следователно точност, заставайки на позицията на Бога, възможно строго само бидейки тълкуван като човешка способност. С това също така и човекът придобива и дарява всекиму цялостност тъй като интегрира в себе си своята най-чужда способност – на Бога, творещ непосредствено, – вече не трансцендентна и поради това разполовяваща го в схизмата на всяко разделение или лудостта на шизофренията, схизмата в главата или обществото (Deleuze, Guattari 1972: 329-330; 406-407; 1980: 183-184)

Нашият прочит се стреми да отиде и отвъд чрез възвръщане през сега мнимо, но не нереално трансцендентното в предишното, в началото и произхода. Едва ли този текст на Хусерл, чието подзаглавие е „Въведение във феноменологичната философия“ следва да се откъсва от всички останалите негови работи:

*Това се потвърждава от развитието на рационалните науки, от физическите. Тяхната велика епоха започва в Новото време все пак тъкмо поради това, че още в древността (и по същество в Платоновата школа) геометрията, изградена веднага високо и във велик стил, става плодотворна за физическия метод като чиста ейдетика. Става ясно, че същността на материалните неща е*

*да бъдат res extensa, че следователно геометрията е съотнесената онтологична дисциплина към един същностен момент на такава предметност, пространствената форма. Става ясно обаче по-нататък също и че общата (в нашия начин на изразяване, регионалната) същност на нещата достига много по-далеч. Пролитава в това, че развитието едновременно следва посоката да изгради една нова област, геометрията с координатните и с равнинните функции за рационализиране на дисциплините с емпирично предназначение. От тази тенденция се появяват великолепни цветове във формалните и материалните математически науки. Със страстно рвение те бяха, съотв. са изграждани, като чисто „рационални науки“ (в нашия смисъл като ейдетични онтологии), и то (в началото на Новото време и още дълго след това) не заради своите собствени, а заради емпиричните науки. Те после, а и богато, донесоха очакваните плодове в паралелното развитие предизвикалата много възхищение рационална физика (Husserl 1976Id(1): 24-25).*

„Жизненият свят като забравения смислов фундамент на естествените науки“ (Husserl 1976K: 48-54) всъщност не зачерква всички останали работи, към които принадлежи цитирания току-що обширен пасаж, а апелира към непосредствената цялостност на света с човека в хоризонта на жизнения свят:

*Така всяко каквото и да било (или също така и „философско“) обратно осмисляне на изкуствената [kunstmäßigen] работа до нейния същински смисъл винаги спират при идеализираната природа, без осмислянията радикално да се проведат чак до последната цел, която новата наука с неотделимата от нея геометрията, изразтавайки от преднаучния живот и неговия околел свят, по начало трябваше да служи, цел, която все пак необходимо лежи в самия този живот и трябва да бъде съотнесена с неговия жизнен свят. Живеещият в този свят човек, в това число природоизпитателят, може да поставя всички свои практически и теоретични въпроси само на него, теоретично да се отнася само до него в своя отворен безкраен хоризонт от неизвестност (Husserl 1976K: 50).*

Въпросът за смисъла, и то особено за природоизпитателя, както беше теоретично изпробван няколко абзаца по-горе, трябва да се премери на тази „последна

цел“ по Хусерл чрез обратно и практическо „съотнасяне с неговия жизнен свят“. Как? Жизненият свят се удвоява непосредствено, т.е. не само чрез техническите приложения на теориите, а преди всичко като метафорична знаковост, посочваща необикновени решения и на житейските, и на теоретичните въпроси поради тяхното вдвояване, вплитане и пълнотата на житието, което вече е наистина житие-битие.

Тази цялостност обаче е не друга, а ейдетична, феноменологична и трансцендентална. Само така философията може да е или да стане „строга наука“. Следователно трябва да търсим пътя, по който Числото не разрушава, а се слива и вписва в такава изначална и непосредствена цялостност. Още по-малко човекът или субектът следва да се противопоставя на целостността и оттук на числото. Неговата същност е да бъде цялостност, въплътена в едно винаги конкретно тук и сега. Така чрез смисъла, който придава, несигурен, неопределен и неточен, владее целостността. Но тя, целостността идва циклично, т.е. от отвъдното на хоризонта в неговия център, в сигурността, определеността и точността на аподиктичния субект, на числото и техниката.

Числото, скрито от нас, всъщност владее чрез Техниката (Husserl 1976K: 45-48), мислена и по Хайдегер (Heidegger 2000: 7-36). Но където е опасността, там е и спасението, цитира нееднократно Хайдегер Хьолдерлин (напр. Heidegger 1981: 21). В Техниката на Виртуалността от XXI век Числото е избуяло необезпокоявано в техниката, чиято същност на Техника и чрез това на онтология вече е вездесъща и винаги пред очи. Неочаквано, каквото Битието всякогаш е за хората, виртуалността открива перспектива към основата като Историята, т.е. към фундаменталната история (Пенчев 2008: 98-133).

## II. ЧИСЛОТО КАТО ВЕРОЯТНОСТ

### 8. Три възможности за понятието „вероятност“

На този фон, който ще изникне за погледа, когато достигнем ръба на текста, да го възвърнем в началото към скрупулوزно детайлно философско вживяване в единството на понятия за вероятност, в дълбочина обусловили възможност за наше разбиране на виртуално и действително.

Така, както е и посочено в заглавието, има три възможности<sup>5</sup> за понятието „вероятност“, чиято доксография ще пренебрегнем заради тяхната епистема типично по философски.

При общоприетите определения за вероятност едно неотрицателно число, не по-голямо от единица, се присъединява към един нечислов (в общия случай) обект в качеството на негова вероятност. Изведеното в предното изречение е валидно както за субективна, така и за обективна, а дори и за вероятност чрез сложност. Първата бележка е, че ограничението приписваното число да е в затворения интервал между нула и единица е лесно да бъде обобщено (Dirac 1942, Bartlett 1945, обзор в Пенчев 2012) и до отрицателни числа, по-малки или равни по абсолютна стойност на единица, после до произволни положителни реални числа, до произволни реални числа и най-сетне до произволни комплексни числа. Обобщенията произтичат по-скоро от приложенията, напр. в областта на квантовата механика и информация или макар и без никаква връзка с тази област – в теорията на виртуалните системи (Dimitrov 1998), но също и по вътрешно математически съображения.

В такъв случай същността остава съпоставянето на число на нечислов в общия случай обект. Имайки предвид първично философската насока на настоящото изследване, както и специфичните теми на направлението на феноменологията, то ще подчертаем изначалната значимост на математически строго определените (непосредствено или имплицитно чрез фиксирането им в аксиоми) понятия за изображение и функция. Първото от двете ще оставим за съпоставянето на произволни обекти, а второто ще ограничим до математически, и то най-често числови.

---

<sup>5</sup> Начините за въвеждане на вероятност, разбира се, са повече от три, още повече че трябва да се разграничи математическата дефиниция от нейната интерпретация. Един обширен обзор представлява Gillies 2000. Те обаче могат да се приемат за три в нашия контекст, насочен към съпоставяне на двуполусната епистема и нейно преобразуване от питагорейски тип.



Следователно същността на вероятността е изображението на произволни обекти в числови: тогава на всеки обект изображението е съпоставило не повече от едно число, т.е. или едно, или нито едно. Множеството от обекти, на които е съпоставено (едно) число, се нарича дефиниционна област на изображението. Така нашият поглед към понятието вероятност, след като сме анализирали нейната същност, се оказва изместен към означаването, наименоуването на обекти чрез числа, за което общоприетият термин е кодиране.

### **9. Вероятността като код**

Вероятността е еднозначен, но конвенционален код на обект. Еднозначността произтича от използването на родовото понятие за изображение. Според общия тип на конвенцията – както ще можем да видим след малко – ще можем да разграничим субективната и обективната вероятност, но и да покажем, че при фон Ноймановото тълкуване на проекционните оператори в Хилбертовото пространство като съждения относно квантово-механични системи (von Neumann 1932: 130-134) това разграничение не само се заличава, но и че преливането между тях съответства на необикновения подход на квантовата механика и особено информация.

Заедно с това още сега следва да привлечем по-общо съображение от собствено семиотичен, а в крайна сметка, както веднага ще отбележим, философски характер, произтичащо от въпроса, дали всеки код на обект е неизбежно конвенционален. Същият проблем може да се постави и по-широко: дали всяко означаващо (и оттук всеки знак) е непременно конвенционално по отношение на означаването.

Тъкмо феноменологията, която Хусерл започва да разработва, издига хипотезата за феномените; и нещо повече: те да бъдат възведени в основен обект за философията, чрез каквото полагане тя вече да не е интерпретативна и може би дори не хуманитарна наука, а строгa: Philosophie als strenge Wissenschaft!

### **10. Феноменологична, трансценденденална и ейдетична редукция**

Следвайки Хусерл ние също както ще разграничим, така и ще отъждествим феноменологичната и трансцендендалната редукция:

*Отношението на феноменологична редукция и еднакво като „трансцендендална“ от сферата на чистото преживяване почива тъкмо върху това, че ние в тази редукция намираме една абсолютна сфера на субстанции и ноетични форми, към които принадлежат определено подобни преплитания според*

*иманентната същностна необходимост на тези удивителни съзнателни съдържания на едно така и така дадено определено или определимо, което за самото съзнание е принципно друго, нереално [irreell], трансцендентно и че тук е първоизточникът за единствено мислимото разрешаване на най-дълбоките проблеми на познанието, които засягат същността и възможността за обективно валидно познание на трансцендентното. „Трансценденталната“ редукция се упражнява по отношение на действителността: обаче към това, което съдържа от това останало съдържа, принадлежат ноемите с лежащото в самите тях номематично единство и следователно начина, по който реалното [Reales] в самото съзнание е еднакво осъзнато и специално дадено (Husserl 1976Id(1): 228).*

Освен това ще тълкуваме полученото чрез феноменологичната редукция най-вече семиотично, а трансценденталната – собствено философски.

Основанието за семиотично тълкуване може да ни даде Хайдегер чрез прочутото си определение за феномен в „Битие и време“: „показващото-се-в-самото-себе-си, очевидното“ (Heidegger 1977: 38). Феноменът е сам себе си от себе си показващ в себе си. Ако си позволим пределно широко обобщение: философия е онази семиотика, която не е конвенционална, т.е. тя е онази, в която името и нещото, за което то се отнася, се сливат. Такива имена са „от Бога“ и заедно с това са „Той, Самият“. Същият смисъл бихме могли да вложим и чрез парадоксално твърдение: философията е онази семиотика, която вече не е семиотика.

Основанието за собствено философско тълкуване в смисъла на класическата немска философия и особено на Кант, произтича в по-голяма степен и решаваща степен от Хусерл, ако феноменът бива мислен като „самия предмет“, т.е. като такава познавателна ситуация, в която 'явлението' не просто е поставено в съответствие с някакво трансцендентно 'нещо в себе си', но също така и най-вече, т.е. определящо е положено тяхното съвпадение.

В не по-малка степен Хусерл (и твърде плодотворно за насоката на изследването сега) обсъжда феноменологията в перспективата на картезианството (Husserl 1973), и то като негово окончателно избистряне (Husserl 1973: напр. 38). Тогава феноменът е аподиктично очевидната мисъл. Това е мисълта, която може да заскоби своя обект, ограничавайки се само до или вграждайки в себе си чистата насоченост към нещо, интенционалността, но не и неговата конкретност, интенцията на мисъл-

та. Въсщност такава е чистата мисъл, равна на себе си и така със своето съдържание. Така тълкуван, феноменът, т.е. по-скоро картезиански, отново има своя семиотичен двойник, обявен сега обаче не от Хайдегер, а по-скоро проследен от Дерида<sup>6</sup>. Говорим вече за текст, който може да се затвори в себе си, в едно семиотично 'нещо в себе си', като се изведе не просто от контекста си, но от контекст, т.е. от всеки възможен контекст. Това е текст, все пак обаче по Дерида невидимо преследван от "следата", независимо дали целяща да го ръкоположи или низвергне в контекста на писане, като може би скрито унижи самодостатъчността и самодоволството на избликващото и изчезващото говорене, логоса като мълния.

### 11. Дерида по следата Тракъл у Хайдегер

Доколкото интересът ни към Дерида е спорадичен – не към него самия, а заради Хайдегер, с което обаче и единствено можем да останем в неговата същност като мислител, не „лого-фало-центричен“, само за да подчертае необходимия отказ от всеки център, за да се остане в сърцевината на битието и философията, – то ще се насочим към негов текст (Derrida 1987), който проследява Хайдегер по Тракъл, по зова на първия към втория (Derrida 1987: 22).

Нека добавим още два акцента. Ще тълкуваме следата и като движението на *Dasein*, необходимо удържащо целостта: на текста както на битието, текущо пренаписване или преподаване. Така Хайдегеровата съдба от „Битие и време“ (Heidegger 1977: 505-512 [§ 74]) отново е следа.

---

<sup>6</sup> Да се цитира „антилогоцентричния“ Дерида е намерение, допустимо по отношение на него само шеговито, за да израсне от бегла ирония на метафората все пак то самото: „Философията винаги е държала на това: да се мисли неговото друго [на философския дискурс]. Неговото друго: това, което я ограничава и което издига в неговата същност, свое определение, свой продукт“ (Derrida 1972: I). „Това имплицира преградата в изящна, отличаваща се структура, чиито отвори винаги могат да останат неоткриваеми, входът и изходът – едва-едва проходими; и че текстът – този на Хегел например – функционира като пищева машина, в която определен брой печатани и систематично навързвани пропозиции (трябва да могат да се разпознават и отделят) представят „съзнателното намерение“ на автора като читател на своя „собствен“ текст в смисъл, в който днес се говори за механичен читател“ (Derrida 1972: II). „Впрочем, ако те изглежда заемат полето [бялото поле на страницата] на някои велики текстове от историята на философията, тези десет произведения в действителност поставят въпроса за полето. Разяждайки границата за този въпрос в частен случай, те трябва да размият линията, която отделя един текст от неговото подконтролно поле. Те запитват философията отвъд нейното искане-да-каже, не третирайки я само като дискурс: а като определен текст, вписан в общ текст, обкръжен в представянето от свое собствено поле“ (Derrida 1972: XVIII-XIX).

Ще проследим как Дерида нанася майсторски последен щрих, с който завършва и започва своето творение Хайдегер чрез стих от Тракъл:

*Сега ето хипотезата, която искам да поставя ... Geist-ът не може да не съедини това впитане в мярката, в която той е – за Хайдегер, ние ще проверим – едно друго име за Едното и *Versammlung-a*, едно от имената за събиране и съединяване (Derrida 1987: 24).*

Ще подчертаем цикличността на Едното и насъбирането на *Versammlung*, за да се опитаме да проследим самата следа до последната черта, която завършва и създава целостта и заедно с това я унищожава, но само за да я подготви за следваща стъпка – черта от проследяването:

*Нанасяме накрая последна черта [trait], самия чертеж [trait]. Тази дума чертае [trace] също разликата. Тя често отново се възвръща, за да означаи убежището, чрез което духът се отнася към себе си ... (Derrida 1987: 171).*

Кълбо на целостта и черта, просто точка върху него, която го завършва и започва, показва целостта, но с това я унищожава, за да я породии чрез следващото тире на трасиращата следа:

*Предаването поради повторение [frayage] на този щрих (следа, привличане, туптене) пренася обратно, по такъв начин и отначало духа в душата (Derrida 1987: 172).*

Дерида използва специализиран термин от неврологията, *frayage*, който означава предаване на нервни импулси при нееднократно възбуждане и който преведохме току-що само частично и неточно чрез „предаване поради повторение“. Но сега, в този обяснителен абзац ще поднесем „неврологичната“ може би не само метафора на туптенето на духа в душата. Всяка контракция, туптене на душата го изтласква в безкрайността по артериите, за да се завърне сякаш скрито по вените за следващ тласък.

*Двойно забележителна черта. Повторно удвоена, самата двоен белег и в самия дух, тя е духът, в който се вписва, чертае се [trace], оттегля се или се прибира (Derrida 1987: 174).*

Коя е тази двойно забележителна черта? Последната точка върху целостта на кълбото, която е и самото то в предстоящия му сърдечен цикъл до самото себе си, собствената разгърнала се пълнота.

А ето и самия стих от Тракъл, който е последният щрих, самата цялост на *Geist* у Хайдегер, проследена от Дерида, за да се проследи самата следа като нанасяне на тази решаваща черта, всъщност зачертаваща чертежа в неговото начало:

*Gott sprach eine sanfte Flamme zu seinem Herzen: O Mensch ! (Derrida 1987: 180) [Бог говореше нежен пламък на своите сърца: О, човече!]* .

Виждаме, че във всички случаи обхождаме границите на едно може би или почти недостижимо съвпадение, или дори едва ли не равенство и прилежащото с него корелативно, понякога или често стремление към и за него, отлично в няма, онтологична разлика – даденото винаги за нас. Говорим за еднаквост и различие, за една конкретна епистема по Фуко (Foucault 1966: 13), която заедно с това има амбицията и претенцията да бъде всяка епистема.

Преповтаряме, за да изясним спрямо известното, какво е новото в крачката, всъщност направена вече пак от Хусерл, която ще предприемем – ейдетична редукция:

*Напротив, чистата или трансцендентална феноменология ще се обосновава не като наука за фактите, а като същностна наука (като „ейдетична" наука); като наука, която ще установява изключително „познание на същността" и поради това – никакви факти. Съответната редукция, която извежда от психологичния феномен към чистата „същност", респ. в оценяващото мислене от фактичната („емпиричната") общност – към всеобщност на същността, е ейдетичната редукция (Husserl 1976Id(1): 6).*

В допълнителните материали („втория полутом“ от същия том в Хусерлиана) Хусерл дава изключително ценно за нас обяснение за мотивацията на ейдетичната редукция:

*Продължението на разглеждането протича тогава така, че най-напред още по-отблизо обяснявам ейдетичната редукция. За да получим чиста ейдетична наука и за да бъдем сигурни на всяка крачка и преди всичко в началото, че ние няма да привнесем нищо от фактическа наука; също така и да бъдем сигурни за погрешни тълкувания, които от самото начало са дали друга интерпретация на ейдетичното някак във фактичното, осъществяваме принципна „ейдетична редукция“. В това число също и изключване на Аз-а като факт (Husserl 1976Id(2): 528).*

Ние в своя контекст ще настоим на изначалното битие на ейдетичното математически: че винаги има особен елемент, чрез което всяко нещо или съвкупност от неща може да се „циклизира“ или във фундаментален философски аспект да се превърне в тоталност, на феноменологичен език – във феномен.

В ейдетичната редукция можем да открием ейдоса, облика, идеята на неща, варирайки ги във възможности, за да разграничим кои вариации запазват нещото, като само му прибавят или отнемат едни или други акцидентални белези или предикции, от тези, които го преобразуват в нещо друго. И така, ейдетичната редукция цели да определи нещото като съвкупност от забранени възможности, тъй като реализирането на коя да е от тях води до трансформирането му в друго или разрушаването му. Множеството от забранени възможности е прието да се обозначава като същност, като заедно с това забраната на възможността се представя чрез избраната в битието на нещото алтернатива.

Добър наглед е аксиоматичният подход, при който същността на дадена математическа структура или теория се постулира от пълна и непротиворечива съвкупност аксиоми. Забележете, че при това две структури, различаващи се напр. само по отрицание на една аксиома, както евклидовата и неевклидовите геометрии, се приемат за различни.

Тогава действителността на нещо, възплътена в неговата същност, всъщност е определена като отношение на две множества от възможности и не е трудно да му се присъедини вероятност, при това съотнесена тъкмо с неговата същност и можеща

евентуално да претендира, че не е просто конвенционално число, но Числото на това нещо.

Такова намерение е може би прекалено и крайно, а най-вече неговата проблематичност не бива да скрие, че успяхме във философски план – именно чрез Хусерловата ейдетична редукция – да представим действителността като отношение на възможности и да очертаяме алея със забележими още отсега разклонения тя да бъде мислена числово.

Завръщайки се чрез етимологията в произхода, зад „ейдетична“ откриваме разбягваща се амплитуда от смисли. На единия полюс се оказва ейдосът като облик, мислен като видим, външен и акцидентален на същността, нещо повече, скриващ я, маскиращ я и дори пред- и злонамерено изопачаващ я. На другия – ейдосът е скрилата се от профанизиране нетленна или вечна идея на нещото, сакралното питагорейско Число.

Така ейдосът е не повече, ни по-малко пространството на истината като *adaequatio*, концепция, призвана да удържа единството на разлетелите се в противоположни посоки смисли на 'ейдос'. Същото удържане в равновесие и успокоение можем да постигнем, следвайки Хайдегер и по негово мнение, и Гърците във вмисляне или естествено оставане в истината като нескритост: истината е онзи облик, който е същност или обратно, истината е онази същност, която е облик.

С това показваме, че по-скоро Хайдегер, отколкото Хусерл, е онзи, който прави съдбоносната крачка, решаваща и за нашия подход и насочваща към отъждествяване на феномен и ейдос, а чрез него, после назад през питагорейството, и Число, последното обаче все още в един забранен, сакрален смисъл, подлежащ на детайлно експлициране в хода на настоящия текст.

## **12. Какво са числата по Бадиу?**

Нека сега на този фон изпълним обещаното обръщане към някои възгледи на големия френски философ Ален Бадиу. Следните негови думи биха могли да се поставят като мото и настоящата работа:

*Как можем да схванем днес въпроса, поставен от Дедекинд в неговия трактат от 1888 г., Was sind und was sollen die Zahlen? Много добре знаем за какво са числата: те служат, строго казано, за всичко, те осигуряват норма на Всичко. Но все още не знаем какво са те... (Badiou 2008: 1).*

Все пак чрез това, за което служат, „да осигуряват норма на Всичко“, можем да се насочим към една, по-скоро неавтентична тяхна същност – на универсален модел. Понятието за модел е тема на една негова по-ранна работа, чиито тезиси са:

Тезис 1. *Съществуват две епистемологични разглеждания на думата „модел“. Едното е дескриптивното понятие на научната дейност; другото е понятието на математическата логика* (Badiou 1972: 13).

Така и аналогично в нашия контекст, който всъщност е получен сега с помощта на по-късната работа на Бадиу, ще предположим две употреби за число: от научната дейност и от математиката в тесния и обичаен смисъл, не в онзи, в който Бадиу говори за „онтология = математика“ (Badiou 1988: 20) в „Битие и събитие“.

Тезис 2. *Когато второто разглеждане служи да подкрепи първото, имаме идеологическо възстановяване на науката, ще рече, философска категория, категорията модел* (Badiou 1972: 13-14).

В точно подобие философската категория за число е обичайно да се мисли като едно нормативно или идеално, идеологическо като идеологическо, възстановяване на науката, да речем като утаен резултат.

Тезис 3. *Действителната философската задача е да разплете в употребите на категорията на модел една привеждана в движение [asservi] употреба, която е само вариант и позитивна употреба, вложена в теорията на историята на науката* (Badiou 1972: 14).

Всъщност тъкмо ако отстраним наслоенията на обичайните философски категориални, а по същество идеологически реконструкции чрез числата, може да проличи привежданата в движение в самата наука употреба на 'число', която е близка не до „модел“, а до „реалност“. Чрез това, и по Бадиу се насочваме към собствено числова онтология. Така виждаме как френският философ осъществява деструкция в смисъла на Хайдегер на самата онтология в математика: задача, която Хайдегер по същество отлага за никога ненаписаното продължение на „Битие и време“ – „Време и битие“. Вместо него по-нататък ще се опитаме да покажем, че времето е числово: едно универсално, тотализиращо всичко в цялост, броене. Така



замисълът за деструкция на битието във времето ни отвежда неизбежно към деструкция на онтологията в математика, разбира се, вече схващана не тясно, не като една „регионална онтология“ и произтичащите от нея сфера на професионална дейност и научна дисциплина.

Нашият подход към Числото би трябвало да отиде и отвъд Бадиу, но с това да се преплете и да преплете Време и Битие и на тази основа също и Битие и Време. Едното е, или „има Едно“, Бадиу цитирайки Лакан, и „едното не е“ (Badiou 1988: 31). Използвайки формулата на Рикьор за метафората „е/ не е“, бихме могли да кажем, че 'едното' е универсалната метафора: на всичко и ето защо това, на което е метафора, не се посочва, ала затова и на нищо. Едното не е и така е множественост, броене, време, но едното също и е като цялост, битие и завърнало се циклично в себе си много пъти, множественост вече като време.

Бадиу започва Първото размишление на своя фундаментален труд с твърдението:

*Опитът, в който онтологията, по своята парменидовска тенденция, представява предверието на един разрушен храм, е следният: това, което присъства, е същностно множествено; това, което присъства, е едно (Badiou 1988: 31).*

И така, онтологията винаги е поставена пред едно изначално противоречие или по-скоро предизвикателство: как не просто да събере или да обедини, ами да хармонизира множествеността на присъствието с неговата цялостност. Бихме могли да кажем и че множествеността и целостността са допълнителни, свързани с един вид съотношение за неопределеност, реципрочни:

*Реципрочността на едното и на битието е безусловно инаугурационната аксиома на философския дискурс, която Лайбниц е изложил превъзходно: «Това, което не е е д н о битие, не е б и т и е.» (Badiou 1988: 31).*

Склонни сме да тълкуваме тази реципрочност в нашия контекст и като цикличност в следния смисъл: увеличаващата се множественост на все по-големи (нека за определеност да бъдат цели числа) достига безкрайността, но тя в своята цялостност е единична и така се завръща в едното.

Нашият интерес към фундаменталната работа на Бадиу е свързан не толкова с „философията“, а с „онтологията и математиката“, т.е. „науката на битието-в-качеството-на-битие“:

*Исходната теза на моето начинание, от което потегля това да се определи влптането на периодизации, извличайки смисъла на всяка, е следното: науката на битието-в-качеството-на-битие съществува от Гърците, понеже такъв е статутът и смисълът на математиката. Но едва днес имаме средствата да знае това. От тази теза следва, че философията не е центрирана в онтологията – която съществува като отделна и точна дисциплина, – а тя циркулира между тази онтология, модерните теории на субекта и собствената си история (Badiou 1988: 9).*

Следователно, нашият подход напълно пренебрегва „събитието“ в смисъла на Бадиу (което, разбира се, няма нищо общо със „събитието“ в Колмогоровата аксиоматика в теория на вероятностите). Причината за това е, че интересът ни – донякъде парадоксално казано – не е философски, а онтологичен. Той дори не е и собствено математически по Бадиу, доколкото сме насочени към битието-в-качеството-на-битие, но не и към историчността на дискурса за него. Наистина той пише:

*Нашата цел е да се утвърди метаонтологичната теза, че математиката е историчността на дискурса за битието-в-качеството-на-битие. И целта на тази цел е да присъедини философията към мислимата артикулация на два дискурса (и практики), които не са тя: математиката, науката за битието, и намесващите се учения за събитието, което, прецизно, обозначава «това-което-не-е-битие-в-качеството-на-битие»-то.*

*Това, че тезата: онтология = математика е метаонтологична, изключва, че тя е математическа, това ще рече – онтологична (Badiou 1988: 20).*

Отново в термините на Бадиу нашата цел може да се окачестви именно като метаонтологична, т.е. установяване на тждеството „онтология = математика“. Ала ако онтологията се отнася към тоталността, то тя по необходимост съвпада или съдържа своята метаонтологията, в чиито рамки може вече да се постави въпроса за съвпадението с математиката. Аналогично това налага метаматематиката да се

съдържа или да съвпада с математиката. По такъв начин достигахме до идеята за цикличност под формата на необходимо самоотнасяне, само-референциалност. Следва да подчертаем и една по-скоро практическа трудност, твърде трудна за преодоляване:

*Тезисът за тъждество между математика и онтология е неприемлив, зная, и за философи, и за математици (Badiou 1988: 15).*

Все пак обаче сред целите на настоящата работа е да се търсят такива мостове, които да позволят срещата и съвместните изследвания на онтолози (а дори и теолози) и математици.

### **13. Вселената-компютър**

Нека си послужим с движение на мисълта, което видимо първоначално ще е илюстративно, т.е. от облика, разбран като скриваш, но постепенно ще се оказва, че съвпада в истина-нескритост със скриваната уж идея:

Добре знаете, че на екраните на вашите компютри, на които най-вероятно четете настоящия текст, зад образите са скрити като тяхна същност бързо изменящи се поредици от числа, произвеждани от програми по строго определени правила. Не бива да мислим техниката, макар човешки ръкотворна, извън изначално произвеждане, т.е. про-из-веждане на същността като облик (Heidegger 1976W: 280-281).

Така нашата пренебрегвана и охулвана техника на изчисляването, заедно с това и по същество е Техника на Виртуалността, която неизбежно владее от онтология, бегло, небрежно и разсеяно промисляна от съвременния човек:

Например за нас е почти невъзможно да мислим себе си и своя свят като образ, облик, ейдос на „екрана“, който е пространство-време на един самосъздал се вселенски компютър. Същност на този ейдос, или ейдосът като същност не ще бъде нищо повече от прелитати и изменящи се числа в един търсен, обобщен смисъл: онова число, което не случайно да обозначава или да се приписва на нещото, ала да е самото нещо, „самият предмет“ като същност на или „зад“ неговия облик.

Пространството на ейдоса между облика и идеята, т.е. това на истината като *adaequatio* все пак остава и когато се е свило до изначалната си точка на нескритост като нейни своеобразни или невъзможни две страни, полюси: равни, съвпадащи и въпреки това противоположни. Вместо тях можем да използваме отношението им,

което е дуализъм, двучалност на и от две начала. В квантовата механика това положение на нещата се представя чрез принципа на квантово-механичния дуализъм: всеки квантов обект е двулик Янус: частица и вълна, но двете страни не могат никога да бъдат едновременно дадени, както и двата профила на един човек. Експериментът обаче може да избере произволен ракурс на „полуанфас“, при което обликът би бил свободна комбинация или с термина от квантовата механика, суперпозиция от двата. С присъщото на Шрьодингер чувство на хумор може да се даде превърналия се вече в баналност пример с два „профила“ на котка: „жива“ и „мъртва“ (Schrödinger 1935: 812). Тази алегория обаче добавя сега една нова важна мисъл за нашия подход:

Време-пространството се отнася само до макро, но не и до квантови обекти. Той е един много „хитър“, стереоскопичен екран на вселенския суперкомпютър на битието-техне, Техника, на който двата профила се прожектират заедно, така че да зададат ефекта на и заедно с това да представят времевата перспектива на обекта като изменението му. Напротив, навлизането на квантово равнище, особено чрез ефектите на сдвояване (entanglement), първо, разрушава илюзията за време-пространство и, второ, разкрива как се изчислява от единия профил другия като своеобразно завъртане „около“ квантовия обект. Всъщност единият е дискретността, зримо възплащавана като случайност, недетерминираност, бихме могли дори да кажем, като чудеса, а другият е непрекъснатостта, известявана чрез сили, причинността, добре изучена и доскоро единствено при- и познаваният от науката.

#### **14. Квантовата механика и теорията на относителността**

Нещо повече, ако си позволим да продължим Айнщайновия патос и поход на живота за всеобща относителност („ковариантност“) от специалната към общата теория по-нататък, но в същата посока, то ние трябва да обхванем след константните, после произволните дифеоморфизми, общо за които е еднозначното и смислено определение на понятието за скорост, също и дискретните морфизми, при които губи смисъл, но заедно с това изисква и може би подсказва свое обобщение. В такъв подход квантова механика и особено информация се оказва сама обобщение на и собственият си синтез със теорията на относителността.

Не е случайно, а дълбоко съобразено със същността на квантовата механика привличането от Бор (напр. McEvoy 2001: 197-227) на двете дуални начала от

китайската философия – Ян и Ин<sup>7</sup>, както и преди това „или-или“ диалектиката на сънародника му Киркегор<sup>8</sup>. Ако добавим и Хайдегеровата концепция за истината като нескритост и Хусерловата за феномен, както и за ейдетична, а след малко и по-подробно нейната връзка с феноменологичната и трансцендентална редукция, то се очертава едно пространство от философски учения, споделящи едва-едва фамилна прилика, не непременно цялата заедно наблюдавана като тяхна същност, и споделящи едно, и то при това фундаментално общо следствие: преобразуване на познанието:

Познанието вече не се разполага в пространството на истината като *adaequatio* между явление и нещо в себе си, облик и идея, означаващо и означаемо, субект и обект и пр., и пр., което да е свободно да обхожда или назовава по избран от него начин, но не и да напусне. В частност това може да е пространството или „епистемата“ между човек и свят, чрез която се конституира „човека“ в същото пространство между думите и нещата, каквито визия и обобщение пък предлага Мишел Фуко (Foucault 1966: 384-385).

Виждаме, пространството на познанието колапсира в точката на нескритост, може би след като при Гърците е експлодирало от нея в гносеологичен „Голям взрив“, с което се завършва един кръг или витка от спирала. След като се е еманципирало, за да се разгърне, познанието отново се завръща в своя произход на битие и от битие, сливайки се в синкретично битие-познание, в което, като следи от развивалото се преди това в свое пространство познание, остават само неговите полюси и дори само тяхната полюсност, дуализмът им (като „усмивката на Чеширския котарак“ без котарак е подходяща шеговита метафора).

Цялото това прецизиране на епистемата, в която възниква квантовата механика и информация, е необходимо, за да могат философски да се осмислят познавателните напрежения, оформящи и борбата на алтернативи, и общата област на понятията за вероятност.

---

<sup>7</sup> Важността, която е придавал Бор на тези символи, личи от факта, че ги избира за свой герб, заедно с девиза „*Contraria sunt complementa*“ [“Противоположностите са допълнителни”], когато е награден с най-високото датско отличие „Ордена на слона“ (орден, чийто глава е датският монарх). Напр. в: Faye, Folse 1994: 147-148, 286.

<sup>8</sup> Степента и начинът на влияние на възгледите на Киркегор върху философските, методологични и физични концепции на Нилс Бор са дискуссионни и оценките варират от „решаващо“ до „несъществено“ (Register 1997; Favrholt 1992; Faye 1991).

И така чрез нашето обсъждане на Хусерловото понятие за феномен се насочихме първоначално към следното: съвпадане и двустранност, образувано чрез колапс на пространството единствено до полюсите на някаква фундаментална опозиция. Всъщност след подобно свиване до точката на феномена се оказва възможно свързването на едноименни полюси на различни опозиции. Принципно нов подход привнася ейдетичната редукция след евентуално пълно или поне частично отъждествяване на 'ейдос' и 'феномен', получени съответно чрез ейдетична и феноменологична (трансцендентална) редукция. Тогава феноменът може да се мисли като число в обобщен смисъл, напр. като математическа структура, зададена аксиоматично чрез фиксиране (забраняване) на възможностите, предвидени във всяка една от аксиомите. Освен това, ейдосът, обособяван след ейдетична редукция, очертава границите на естествена цялост, което при аксиоматичния подход се представя чрез двойното изискване за пълнота и непротиворечивост.

Например, следвайки интенциите на Гьоделовите теореми за непълнотата (Пенчев 2010), бихме могли да поставим въпроса дали самото множество на естествените числа или произволен обект, кодируем чрез тях, е цялост. Отговорът се оказва висящ според скритата ни установка (постулат). Ако ние гледаме на тях конструктивно, т.е. като на процес, те не са цялост. Но ако се обсъждат като актуална безкрайност, са, разбира се, цялост. Нещо повече, аксиомата за избора гарантира преобразуване на второто в първото за безкрайно множество от произволна мощност, стига тя да е приета валидна до тази мощност включително.

### **15. Гибсовска и Болцмановска статистика**

Към подхода за фиксиране естествена цялост, както интерпретирахме „ейдетичната редукция“, ще добавим една дълбока философска идея, чийто произход обаче е от статистическата физика. Става дума за поразителния факт, че в редица случаи, почти всички, в които и двете са приложими, гибсовската и болцмановската статистика на ансамбъл дават практически или дори теоретично тъждествени резултати. Учудването идва от това, че Гибсовият подход гледа на ансамбъла като на цяло, което може да се намира в различни в свои състояния и изследва статистиката той да се окаже в едно от тях, докато този на Болцман обсъжда ансамбъла като съставен от (адитивни, сумируеми) части и проучва статистиката на величините, характерни за всяка една част. С други думи,

статистиката по Гибс в крайна сметка дава вероятностно разпределение по състояния на цялото, докато по Болцман – по неговите части.

Ако подтиквани от емпиричното съвпадение, вече сме отъждествили двете вероятностни разпределения, вече сме близо до хипотезата – не само с фундаментален физически, но и с философски характер, – че съществува едно-еднозначно съответствие между част и състояние на цяло при определени гранични условия, които ще припишем на 'феномена', съвпадащ с 'ейдоса'.

#### **16. Безкрайност и тоталност**

Постулиране на такава хипотеза е от особена важност за цялости от типа на тоталности, обсъждани по-скоро от философията, отколкото от частните науки. Идеите за безкрайност, особено математическата – за актуална безкрайност, и за тоталност са тясно свързани:

*Идеята за безкрайността предполага отделянето на Същото по отношение на Другото. Но това отделяне не може да се покои на противопоставяне на Другото, както ако беше чисто антидетично. Тезата и антидетизата, отблъсквайки се, се зоват. Те в своето противостоене се разкриват в синоптичен поглед, който ги обхваща. Те вече образуват тоталност, която прави относителна, включвайки я, метафизическата трансценденция, изразена чрез идеята за безкрайността (Lévinas 1988: 45).*

За физиката такава тоталност е вселената. Те по определение не допускат своя външност и нямаме непосредствен достъп до техните състояния. Дори и останали принудително вътре, постулатът ни позволява да изследваме тоталността и различните ѝ състояния все едно отвън, в смисъла на „еквивалентно на отвън“.

Друг пример е затворената физическа система, която се намира в едно константно състояние, независимо от промените, осъществяващи се вътре в нея. Според нашата хипотеза, това състояние ще съответства на точно определена своя част, която следователно е привилегирована, както и отправна система, свързана с нея. Всъщност и общата теория на относителността, за разлика от специалната, достига до възможността за подобен извод, експериментално проверим, ако се свърже с фоновото излъчване (Rabounski 2006).

### 17. „Принципът на Мах“

Плодотворно е въпросът за абсолютната отправна система в общата теория на относителността да се обсъди в контекста на т. нар. принцип на Мах (Barbour, Pfister [eds.] 1995: 507-508). Както отбелязва един от участниците (Goener) в току-що цитираната дискусия общата теория на относителността винаги е въвеждала неявно абсолютна отправна система, напр. и интуитивно най-естествено чрез центъра на масата (тежестта, гравитацията) на обсъжданата система. Местоположението на нейното начало и ускорението са променливи. От друга страна, квантовата механика и по-точно съотношението за неопределеност допуска понятието изобщо за отправна система само като макроприближение, тъй като отправна система се дефинира чрез двойката положение, скорост. Например фоновото излъчване и изобщо „светлинната отправна система“ има скорост, но не и положение на началото, то е „изотропно“. Въпреки това бихме могли да предположим едно хипотетично нейно начало, проекцията на точката на „Големия взрив“ във всеки даден момент от време. Съществува и термодинамичен подход: началото да се свърже с минималната, може би дори нулева ентропия, която с течение на времето се увеличава: ако системата е затворена, тя се охлажда.

Всъщност от принципа на Мах, както е формулиран от Айнщайн (Einstein 1918: 241) в основите на общата теория на относителността<sup>9</sup>, следва, че абсолютната отправна система е само една: център на масата (тежестта, гравитацията), но не и като настояща проекция на местоположение на „Големия взрив“, тъй като такъв в стационарна вселена не се предполага. Гамов отбелязва в своята автобиография, че „първоначалното уравнение на Айнщайн е правилно и неговата промяна е грешка. Много по-късно, когато аз обсъждах космологични проблеми с Айнщайн, той отбелязва, че въвеждането на космологичния член е най-грубата грешка, която е направил през целия живот“ (Gamow 1970: 44). Историята на „най-грубата му грешка“ е широко коментирана.

Макар че космологията на XX век коригира тази „най-груба грешка“, то тя първоначално запази непокътнат един по-общ принцип на съвпадение на центъра на масата (тежестта, гравитацията) с настоящото местоположението на „Големия взрив“. По този начин Айнщановият „принцип на Мах“ всъщност е съхранен за всеки момент от времето след „Големия взрив“, нарушен е само точно в него.

---

<sup>9</sup> По-подробно (Пенчев 2009: 100-107).



От друга страна, нарушаването на принципа на Мах допуска различни варианти:

1. Има маса във вселената, която не виждаме, но тя е съвсем обичайна (всъщност тази хипотеза запазва напълно принципа на Мах).

2. Масата (енергията) е пространствено неадитивна и тъкмо тази неадитивност е източник на допълнителна гравитация.

3. Има друг източник на гравитация, различен от маса (енергия), но той е пространствено адитивен като масата (енергията) и те могат да му се припишат еквивалентно.

4. Различни комбинации от втората и третата възможност, напр.: масата (енергията) са неадитивни, но тя може да се представи като допълнителен адитивен източник на гравитация, преобразуващ се в маса и енергия по определени закони.

Изброените варианти донякъде съответстват на „тъмната маса“ (напр. Sahni 2004; Mattarese, Colpi, Gorini, Moschella (eds.) 2011: 241-328), „тъмната енергия“ (напр. Sahni 2004; Mattarese, Colpi, Gorini, Moschella (eds.) 2011: 331-402) и „тъмния флуид“ (Arbey 2006). „Тъмният поток“ (Kashlinsky, Atrio-Barandela, Kocevski, Ebeling 2008) обаче предполага взаимодействие външно за целостта, все пак и за него е възможно да се потърси холистично обяснение в духа на идеите на настоящия текст.

Може да се приеме експериментално потвърдено съществуването на „тъмна материя“ (напр. Sahni 2004: 2-3 ; Mattarese, Colpi, Gorini, Moschella (eds.) 2011: 295-328) и тъмната енергия (напр. Sahni 2004: 11-12). Що се отнася до това, как тя да се съпостави с принципа на Мах, откриването на ускорението на разширяването на вселената (напр. Uzan 2006; Sahni 2004 ) изглежда изключва адитивните алтернативи – 1 и 3 (с уговорката, че 3 може да се усъвършенства по начин да е съвместима с експерименталните данни, напр. този допълнителен източник на гравитация да не се подчинява на закон за запазване, поради което гравитация или антигравитация да може да възниква „от нищото“).

Все пак неадитивните и поради това холистични алтернативи – впрочем в пълно съзвучие с патоса на настоящата работа – изглеждат имат решителни предимства, възможно свързани с явленията изучавани от квантовата информация (напр. Lee, Lee, Kim 2007), при търсене на обобщения след отхвърляне на принципа на Мах не само при „Големия взрив“, но и за всеки (или поне достатъчно много) следващи моменти.

### 18. Ръсел за математиката

В рамките на нашия подновен след двадесет и пет века питагорейски поход е важна и Ръселовата идея за математическа философия, отчетливо разграничена от философия на математиката, която разглежда последната само като (един от много-то равнопоставени) клонове на познанието, а не като онтология:

*Математиката е учение, което – ако се започне от неговите най-привични части, може да се следва в две противоположни посоки. По-привичната посока е конструктивна, към постепенно нарастваща сложност: от естествените числа към дробите, реалните числа, комплексните числа; от събиране и умножение към диференциране и интегриране и нататък към висшата математика. Другата посока, която е по-малко привична, продължава чрез анализиране към все по-голяма и по-голяма абстрактност и логическа простота; вместо питане какво може да се дефинира и изведе от това, с което се почва, питаме вместо това, какви по-общи идеи и принципи могат да се открият, в термините на които това, което беше изходната ни точка, може да се дефинира или изведе. Именно факта на следване на тази противоположна посока характеризира математическата философия на обичайната математика (Russell 1993: 1).*

Струва си да се подчертае, че макар да разграничава категорично "математическата философия" от 'философия на математиката', Ръселовата „обратна посока“ всъщност е връщане от аксиомите назад чрез техен анализ към още по-фундаментални аксиоми, от които да могат да се изведат непротиворечиво. Собствено обратна посока обаче би било, ако се тръгне от наистина пределни аксиоми да се извеждат като теореми и по-сложните (нормалната посока на математиката по Ръсел), но и – особено – по-простите. С това обаче линейността<sup>10</sup> ще се окаже заменена или допълнена с цикличност (Yetter 1990), която напълно равноправно може да се формализира и като дълбочина (Gianantonio 2004). В един малко по-общ, но философски смисъл ще тълкуваме „дълбочината“ като равноправност на всяка точка

---

<sup>10</sup>За нас, разбира се, е особено важна некомутативната линейност в духа на квантовата механика, каквато се постулира в „линейната логика“ (Girard 1987 ; Girard 1995; Troelstra 1992).

от логическия цикъл да бъде разгледана като пределна аксиоматика, от която да е възможно да се потегли и в двете посоки.

Всъщност така заставаме на една обобщаваща позиция, която може да погледне заедно към обичайните логически системи с линейна йерархична структура, изведена чрез математическото понятие за решетка, и херменевтичния кръг, разбира се не тривиализиран до „логически порочен кръг“ (Heidegger 1977: 202-204), а фундаментализиран в духа на философската херменевтика на Хайдегер (Heidegger 1977: 127-136 [§ 21], 411-419 [§ 63], 210-211 и сл., 10-11) и Гадамер (Gadamer 1979; Gadamer 1960).

Забраненото от Ръселовата теория на типовете разглеждане на множества, съдържащи себе си като елемент, или в логическа трактовка, непредикативните (т.е. самопредикативните) определения (Russell 1908: 236-237), също разкрива необикновеността на подобна част, посочвайки я като възможен източник за кризата в обосноваването на математиката<sup>11</sup>. Всъщност всички „лечения“, вкл. и горепосоченото, изключват тоталността по един или друг начин, под една или друга форма от мате-

---

<sup>11</sup> Бихме искали да обърнем специално внимание именно в нашия контекст на подхода на Алън Тюринг към теорията на типовете (Turing 1948) и по-точно на въвеждането на вложени (nested) и латентни (concealed) типове и на допустими (admissible) пропозиции. „Формулите в системите с латентни типове ще бъдат описани като „допустими формули“, за да ги разграничим от системите с вложени типове. Допустимите формули ще бъдат в действителност включени сред интерпретируемите формули, асоциирани с вложения тип системи. Ще има формули с допустими термини (ATF) и формули с допустими пропозиции (APF). Ние определяме APF, ATF и доказуема формула чрез едновременно индукция. Следователно няма правило да се определи дали един израз е допустима формула или не: това не е обичайно в логически системи, но изглежда няма добро основание за позитивно табу към такава договорка“ (Turing 1948: 92-92). Всъщност това е почти точен аналог в теорията на типовете на онова, което в този текст е обозначено като „дуално обосноваване на математиката“: „почти“ понеже в подхода на Тюринг отсъства изискването за идемпотентност на системи с вложени и с латентни типове, респ. на доказуеми формули в системата с вложени типове и на допустими формули в системата в латентни типове. Аналогично на дуалното (само)-обосноваване на математиката можем да изкажем хипотезата, че така, т.е. по тюринговски обобщена, теорията на типовете може да (само)-обоснове цялата математика. По друг начин аналогична на нашия подход и чрез него на този на Тюринг е предложената от Мартин-Льоф (Martin-Löf 1984) интуиционистка теория на типовете, базирана върху „формулите-като-типове (пропозициите-като-множества) интерпретация“ (Martin-Löf 1984: 13). Цялото наше изложение е насочено да покаже, че такава позиция, чрез наречения от нас „особен“ елемент на множество позволява зацикляне и така превръщане в тоталност. Това в частност позволява изтъкнатото от Мартин-Льоф предимство (Martin-Löf 1984: 2): да се работи с „категорията от всички множества“, „да се образува декартово произведение на всяко дадено семейство от множества“ и в крайна сметка да „е свободна от недостатъчността на Ръселовата разклонена [ramified] теория на типовете“.

матиката, след което вече не се наблюдават противоречия, макар и последното да не може да се докаже окончателно.

Противоречията обаче на основата на същите разсъждения биха могли да бъдат изключени по противоположен начин, а именно като самата математика се обяви за тоталност, или тоталността, след което други тоталности или поне от същия изначален ранг вече не може да има. Разбира се, това е питагорейство, но в една обобщена съвременна форма, в която мястото на Числото е разширено до математическата структура. Доколкото от нашата хипотеза следва в частност постулиране на самореференциалност по отношение на множества, то става очевидно, че тя е най-малкото съвзвучна, ако не еквивалентна на новото питагорейство.

### 19. Проблемите на Хилберт

В тази връзка е редно да се спомене „Шестият проблем на Хилберт“, поставен от великия немски учен на рубежа между XIX и XX с още 22 фундаментални математически загадки (и още една отпаднала в окончателния текст: Thiele 2003):

#### *6. МАТЕМАТИЧЕСКО ТРЕТИРАНЕ НА АКСИОМИТЕ НА ФИЗИКАТА.*

*Чрез изследването върху основите на геометрията ни се препоръчва задачата: по този образец да се третират аксиоматично онези физически дисциплини, в които днес вече математиката играе изключителна [hervorragende] роля; това са на първа линия теорията на вероятностите и механиката (Hilbert 1900: 15).*

Общоприето е да се смята, че наред с още един или два проблема, този е формулиран неопределено до степен, която не позволява да се прецени кое трябва да се смята за решение на проблема. Все пак задачата може да се стесни като се подчертае явното позоваване на „изследване върху основите на геометрията“.

Геометрията всъщност е първата дисциплина, която е аксиоматизирана още от Евклид, макар и с редица несъвършенства, окончателно преодолени от самия Хилберт (Hilbert 1903<sup>12</sup>). Тя възниква като физическа опитна дисциплина и несъмнено е още такава по времето на Евклид, когато бива аксиоматизирана. За древните Гърци съвременното разделяне на модели и реалности е чуждо и особено несъответно е,

---

<sup>12</sup> Цитирано е второто издание, а първото издание е от 1899 г. и предхожда доклада за математическите проблеми, изнесен в Париж през 1900 г.

че „математиката изучава и създава модели, но няма отношение към реалността“. Напротив учението на Питагор ясно се насочва към математическа същност на света.

Макар и по-късни от поставянето на проблема от Хилберт, успехите и подходите на Айнщайн за геометризиране на физиката са съзвучни с онтологично разбиране на математиката.

В наше време има множество геометрии, множество логики, всяка една от които прохода от осмисляне на Евклидовото аксиоматизиране и опитите през XIX век по създаване на неевклидови геометрии.

Аналогично разнообразие от аксиоматизирани физики не е възникнало поне до настоящия момент.

Например, несъмнено теорията на относителността е една „ненютоновска физика“, но тя не възниква чрез замяна на една или няколко аксиоми от аксиоматика на Нютоновата физика, а под натиска на експерименти, особено този на Майкелсън – Морли (Michelson 1881; Michelson, Morley 1987), показал че скоростта на светлината (във вакуум) не може да се надвиши. С други думи, тя не възниква като една физика в смисъла на проблема на Хилберт, аналогично на появата на нова геометрия или логика. Това остава в сила дори и за редица съвременни, и то най-успешните физически теории, независимо от изключително абстрактния математически апарат, който използват. В този смисъл шестият проблем, макар и поставен прекалено широко, все пак не е решен.

От друга страна, той изрично посочва теорията на вероятностите и механиката, под която естествено следва да се разбира класическата, доколкото по време на поставяне на проблема квантовата още не е възникнала. Тези две дисциплини съществено се различават и до наши дни по степента на разработване на общоприети и прецизни аксиоматики. Докато за теорията на вероятностите могат да се посочат работите на Колмогоров (Kolmogorov 1933) или Кокс (Cox 1946; 1961), то в областта на механиката работите са спорадични (напр. McKincey, Sugar, Suppes 1953), а успехът повече от съмнителен. Дори от тази твърде тясна гледна точка проблемът може да се сметне само за частично решен, по отношение на теория на вероятностите, и то остава съмнение дали е дадено доказателство за нейната пълнота и непротиворечивост поне относително, чрез модел в Пеановата аритметика.

Сега ще предложим още един, необичаен начин за тълкуване какво може или следва да се разбира под негово решение. Нека предварително отбележим, че „теорията на вероятностите“ и „механиката“, т.е. дисциплините, посочени от Хилберт на „първа линия“, се оказват вплетени една в друга в квантовата механика, която все още не съществува по времето на доклада му. Основният математически формализъм не само е геометричен, но и носи името на Хилберт – хилбертово пространство. Под решение на „шестия проблем“ ще разбираме такава физическа теория, в чиито математически формализъм, естествено формулиран аксиоматично, се съдържа доказателство за съпадението на теорията с реалността. Самата възможност за подобна „абсолютна“ теория изглежда стряскаща. Причината е, че всички досегашни теории не само се разминават повече или по-малко с експерименталните данни, но и рано или късно биват „опровергавани“ от по-съвършени теории, почти винаги с усложнен формализъм, спрямо който този на изходната се явява частен случай. Очевидно такава теория не само ще съвпада с експерименталните данни, но и няма нужда да бъде усъвършенствана и заменена, освен може би с по-проста, по силата на „бръснача на Окам“. Нейната аксиоматика би се завърнала към неизкушения завет на Гърците да се аксиоматизира реалността, както по-скоро би следвало да се пренесе в съвременни философски термини несъмнено достатъчно сполучливо реализирания замисъл на Евклид по отношение на геометрията.

Нещо повече, можем да предложим хипотезата, че такава теория вече около столетие е известна, макар и да е нарушавала по много причини съня на не един физик и философ. Това, разбира се, е квантовата механика, а доказателството на фон Нойман (Neumann 1932: 167-173) за отсъствие на скрити параметри в нея е тъкмо необходимото вътрешно доказателство за съпадение на модел и реалност. Впоследствие критичното обсъждане на Грете Херман (Hermann 1935) и Джон Бел (Bell 1966) и особено извеждането на неговите неравенства (Bell 1964) и експерименталното доказване за тяхното нарушаване само разширяват доказателството на фон Нойман и за неизолуирана квантова система.

Не бихме могли да бъдем уверени, че така не преиначаваме постановката на проблема от Хилберт, понеже той има друго предвид. Достатъчно е тогава да се обърнем към „втория проблем“ от същия доклад, за да видим, че интенцията за пълни математически теории, които да съдържат вътрешно, собствено математическо доказателство за собствената пълнота и непротиворечивост, не само не е му е

чужда, но я смята определяща за развитието на математиката. Той е озаглавен „Непротиворечивостта на аритметичните аксиоми“.

Съдържанието му се разгръща постепенно на няколко стъпки по следния начин:

***... дали някак известни твърдения на отделни аксиоми се обуславят помежду си и дали аксиомите следователно не съдържат известни общи съставни части, които трябва да се отстранят, ако се иска да се достигне до система аксиоми, която да бъде изцяло независима помежду си*** (Hilbert 1900: 9).

Сред множеството въпроси, които могат да се поставят по отношение на аксиомите, Хилберт обозначава като най-важен следния:

***... да се докаже, че тези същите са непротиворечиви помежду си, т.е. че никога няма да се достигне до резултати, които се намират в противоречие помежду си, на основа на същите посредством краен брой логически заключения*** (Hilbert 1900: 10).

По-нататък Хилберт се обръща за пример към геометрията и как нейната непротиворечивост следва от тази на аритметиката:

*В геометрията се постига доказателството за непротиворечивост на аксиомите чрез това, че се построява подходяща област от числа по такъв начин, че на геометрични аксиоми съответстват аналогични отношения между числата от тази област и че според това, всяко противоречие в следствията от геометричните аксиоми трябва да е разпознаваемо също така и в аритметиката на онази числова област. По този начин също и желаното доказателство за непротиворечивостта на геометричните аксиоми се свежда до твърдението за непротиворечивостта на аритметичните аксиоми* (Hilbert 1900: 10).

Възприето е да се смята, че аритметиката е пределната област на математиката, в която тя трябва да намери своето основание, тъй като е най-простата. Дали обаче това не е предразсъдък и привидност? И дори и да е възможно на всяка математическа теория да се построи аритметичен модел, следва ли от това, че именно за

аритметиката може и следва да се намери пряко доказателство за непротиворечивост? Най-сетне, ако за аритметиката не може да се намери такова доказателство или се докаже, че не съществува, следва ли от това, че такова не съществува за никоя математическа област? Позицията на Хилберт, както и на множество бележити математици от XIX и XX век е склонна да разглежда като първооснова аритметиката:

*За доказателство за непротиворечивост на аритметичните аксиоми има нужда, напротив, от пряк път (Hilbert 1900: 10).*

Методът на аритметизацията е основен също и във фундаменталната работа на Хилберт, в съавторство с Бернайс, по обосноваване на математиката (Hilbert, Bernays 1968). За недоверчивия читател ще приведем няколко пасажа в подкрепа на тезата, че в принципно отношение не е добавено нищо ново, а самата аритметизация продължава все така да бъде необоснована строго математически. Остава висящ въпросът: защо именно аритметиката, а не върху коя да е друга, произволно избрана област да се положи фундаментът на математиката.

*Това, което в досегашното боравене засяга този проблем, се случва както при геометрията, така и при физическите дисциплини чрез метода на аритметизацията. Предметите на теорията се представят чрез числа или системи от числа и основните отношения – чрез уравнения или неравенства, така че на основата на това превеждане аксиомите на теорията преминават или в аритметични твърдения, или съотв. в доказуеми твърдения, както е случаят при геометрията, или пък, както при физиката, в система условия, чиято съвместна изпълнимост остава да се покаже на основа на твърдения за аритметично съществуване. При този метод аритметиката, т.е. теорията на реалните числа (анализът), се предполага валидна и така идваме до въпроса, какъв вид е тази валидност (Hilbert, Bernays 1968: 3).*

В този цитат буди учудване какъв смисъл е вложил точно Хилберт в своеобразното приравняване на аритметиката и анализа в контекста на обосноваването. Въсъщност, поне в обичайното изложение, теорията на реалните числа привлича актуалната безкрайност посредством теорията на множествата. Разбира се, изобщо



възможно е конструктивистко или интуиционистко изложение на анализа, но немският математик не показва привързаност към тези подходи. По-вероятно в случая се уповава на своята надежда да открие финитно аритметично обосноваване на актуалната безкрайност, чието изпълнение се приема за дадено и в частност позволява връзката чрез „т.е.“. Както по-подробно ще видим след малко, тази надежда е потвърде необикновен начин едновременно и оправдана, и илюзорна, и безпочвена.

*С това достигахме до следните задачи: 1. принципите за логическо заключение да се формализират строго и чрез това да станат напълно обозрима система от правила; 2. за една предложена система аксиоми  $\mathcal{U}$  (която трябва да се докаже като непротиворечива) да се проведе доказателство, че при извеждането от тази система  $\mathcal{U}$  не може да се получи никакво противоречие посредством логически дедукции; т.е. че никои две формули не стават доказуеми, от които едната е отрицанието на другата (Hilbert, Bernays 1968: 18).*

Веднага след това Хилберт конкретизира задачите по следния начин: да се установи една изходна аксиоматизирана математическа система, за която да се положи или да се докаже, че е непротиворечива; в нея да могат да се строят модели на изследваните аксиоматизирани геометрии или физики; от непротиворечивостта на модела в универсалната базисна аксиоматика да може да се заключава непротиворечивост на моделираната теория:

*Обаче сега не трябва да извеждаме това доказателство за всяка система аксиоми поотделно, а можем да възползваме метода на аритметизацията, вече споменат в началото на нашето изложение. Това може да се характеризира от сегашната гледна точка така. Търсим си система аксиоми  $\mathcal{U}$ , която, от една страна, има толкова ясна структура, че можем да изведем доказателство за нейната непротиворечивост (в смисъла на горната Задача 2), която обаче, от друга страна, е толкова съдържателна, че ние, от едно в качеството на предварително предпоставено изпълнение на тази система аксиоми чрез система  $\mathcal{S}$  от неща и отношения, можем да изведем изпълнения за системи аксиоми  $\mathcal{U}$  от геометричните или физическите дисциплини по начин да представяме предметите на една такава система аксиоми  $\mathcal{U}$  чрез индивиди от  $\mathcal{S}$  или комплекси от*

*такива индивиди и за основните отношения полагаме такива предикати, които могат да се построят чрез логически операции от основните отношения на  $\mathfrak{E}$ .*

*С това е тогава доказано, че въпросната система аксиоми  $\mathfrak{F}$  е действително непротиворечива; тъй като всяко противоречие, което се получава като следствие от тази системата аксиоми, би се представяло винаги като изводимо системата аксиоми  $\mathfrak{U}$  противоречие, докато все пак системата аксиоми  $\mathfrak{U}$  е известна като непротиворечива (Hilbert, Bernays 1968: 18-19).*

И тук – без каквато и да било обосновка, освен, имплицитно, че е работещ метод – се появява аритметизацията:

*Като такава система аксиоми  $\mathfrak{U}$  (аксиоматично построена) се представя аритметиката (Hilbert, Bernays 1968: 19).*

Всъщност единствената разлика от неговия подход е да поставим на мястото на аритметиката – геометрията на хилбертовите пространства и съответно, на мястото на аритметизацията – геометризация или геометризиран вариант на аритметиката, под което ще разбираме добавяне на подходяща „аритметична“ аксиома за актуална безкрайност, т.е. все едно „безкрайни числа“, едно или повече. С това би възникнал обаче въпросът, по какво се отличава от теорията на множествата, няма ли да е изоморфна с нея и най-вече, как ще се опазва от парадоксите, които последната носи, покрай безспорната полза от нея. В хода на цялата работа се опитваме да скицираме контурите на един оптимистичен отговор.

*Този „метод на свеждане“ на аксиоматичните теории до аритметични не изисква аритметиката да се строи от нагледно предявими факти, напротив, аритметиката няма нужда заради това да бъде нищо друго освен образувание от идеи, което да може да се покаже като непротиворечиво и което доставя систематична рамка, в която системите аксиоми на теоретичните науки могат да се подредят, така че те, в техните осъществени идеализации на фактически даденото, се доказват също като непротиворечиви чрез това подреждане (Hilbert, Bernays 1968: 19).*

Накрая все пак можем да приведем цитат, който, от една страна, да хвърли индиректно светлина защо именно аритметиката следва да се положи като основа

на математиката, а от друга, да изясни в съдържателно отношение непосилността тъкмо аритметиката, поне ограничена по възгледите на Хилберт, да изпълни тази роля:

*Проблемът за изпълнимостта на една система аксиоми (или съотв. на една логическа формула), която в случая на крайна област индивиди може да се реши положително чрез изброяване, в случая, когато за изпълнението на аксиомите следва да се вземе под внимание само безкрайна област от индивиди, не е решим по този метод, понеже съществуването на безкрайна област от индивиди не може да се сметне като даденост, напротив, въвеждането на такава безкрайна област се оправдава едва чрез едно доказателство за непротиворечивост за система аксиоми, характеризираща безкрайността (Hilbert, Bernays 1968: 19).*

Виждаме, че аритметиката е избрана, за да бъде обоснована безкрайността чрез крайността и по-точно, чрез финитни аритметични средства, тъй като в останалите области на математиката актуалната безкрайност изглежда неизбежно и безнадеждно въвлечена под една или друга форма *post factum*. Тъкмо като опровержение на това намерение следва да се тълкуват резултатите на Гьодел. Но ние показахме или най-малкото изказахме хипотезата, че чрез финитни аритметични средства не може да се докаже и обратното, а именно че безкрайността не може да бъде обоснована чрез крайността (Пенчев 2010: 113).

Причината за това влечение на Хилберт към аритметизацията следователно е стремежът да се положи под безкрайността – бидейки, в рамката на шегата, доказан „развѣдник на парадокси“ – по-надеждна опора от нея самата, каквато на Хилберт и на плеяда бележити математици се е сторила крайната аритметика.

Още сега можем да предположим друг път: да се покаже, че безкрайността може да се обсъжда като производна от целостността, а последната да се постулира като непротиворечива, тъй като целостта е единична, унарна, докато противоречието изисква поне два члена, то е отношение, бинарно. С други думи, безкрайността, доколкото и ако е произлязла от целостността, е изначално невинна, тъй като противоречие по отношение на нея е недефинируемо. Този път ще наречем квантизация на математиката:

Според вече казаното и патоса на настоящата публикация вече е ясно, че можем да сметнем формализма на квантовата механика, а именно теорията на хилбертовите пространства, която е безкрайно-мерното обобщение на геометрията, за фундаменталната област на математиката, в която математиката може да се самообоснове. Тъй като аритметични модели на математическите области и на логиката са изведени, достатъчно е да се построи модел на аритметиката в хилбертовото пространство, след което да се покаже също така, че теоремата на фон Нойман и нейните обобщения за неизоларирани системи може да се разглежда като доказателство за собствената непротиворечивост на теорията на хилбертовото пространство. Всъщност хилбертовото пространство е по-богата и по-сложна област, но може би то е сред минималните математически конфигурации, които съдържат собственото си обосноваване. Господствалото дълги години предубеждение, че самообосноваването на математиката трябва да се търси в най-простата област (независимо дали това е или не е аритметиката) е вероятно не повече от подвеждащо и всъщност пречи да се реши проблемът.

Все пак независимо от това, в коя област се намира самообосноваването на математиката, следва да се постави въпросът за математическото съществуване, на което специално внимание обръща и Хилберт в своя доклад:

*За да характеризираме значението на проблема и от друга гледна точка, бих могъл да добавя следните забележки. Ако на едно понятие се дадат белези, които си противоречат, то ще кажа: понятието математически не съществува. Така не съществува напр. реално число, чийто квадрат е  $-1$ . Ако все пак успеем да докажем, че бележите, дадени за понятието, никога не могат да доведат до противоречие чрез приложение на краен брой логически процеси, твърдя, че с това е било доказано математическото съществуване на понятието, напр. за число или функция, което изпълнява известни изисквания (Hilbert 1900: 10).*

Една от интенциите на всяко съвременно питагорейство би трябвало да бъде обсъждането и обвързването на математическото съществуване със съществуването изобщо. Разграничителната линия между тези два типа съществуване, ако изобщо има смисъл да се обозначава, изглежда трябва да минава между категориите 'пълнота' и 'непротиворечивост'. Изглежда на пръв поглед достоверно да се приеме, че

„съществуването изобщо“ е пълно и противоречиво, докато математическото съществуване е непълно и непротиворечиво.

Към такива изводи навежда диалектиката на Хегел, както и цяло разнообразие от философски школи в бившите социалистически страни, водещи произхода си от неохегелианската концепция на марксизма, утвърждаван като държавна доктрина. От страна на математиката такава позиция получи най-неочаквана подкрепа от теоремите на Гьодел, известни като теорема за пълнотата (Gödel 1930) и първа и втора теорема за непълнотата (Gödel 1931).

Очевидно е, че питагорейството следва да намери начин да заобиколи или премахне така очертаната демаркационна линия между съществуването в математиката и във философията, съответно между математическо и онтологическо понятие за съществуване.

Тъкмо и като поставянето на такъв проблем бива тълкуван „вторият проблем на Хилберт“, но съществува колебание и неяснота по отношение на това дали може да се смята за решен. Причината за това е, че Гьодел дава отрицателен отговор, вече цитиран, докато Генцен – за съжаление обременен с дискредитиране за съучастие, съпричастност или конформизъм с нацизма (Segal 2003: 469-471), което, разбира се, не би трябвало да играе роля в една собствено научна дискусия – дава положителен отговор, включвайки трансфинитна индукция поне до всеки ординал, по-малък от един особен, обозначаващ като  $\varepsilon_0$  (Gentzen 1969: 187). Специално бих искал да подчертая, че той тълкува трансфинитната индукция, парадоксално за използвания термин, финитно (Gentzen 1969: 187), т.е. изводите, основани на нейна база, се извършват за краен брой стъпки и следователно попада в условията, поставени от Хилберт.

## **20. Генценовото изчисление на секвенциите**

Следва да се обърне внимание, че така наречената основна теорема (Gentzen 1935: 195) на изобретеното от Генцен изчисление на секвенциите (логика на извода) и финитността на трансфинитната индукция в съдържателно отношение са противоположни на основата на правилото за отстраняване на междинния извод (на английски, *cut rule*). Финитността предполага безкрайното прилагане на това правило, докато основаната теорема гарантира, че те винаги могат да бъдат обратно възстановени.

Обръщам съ внимание (Пенчев 2009: 284-285) на възможността за интерпретиране на прилагането (актуално) безкраен брой пъти на правилото за отстраняване на междинния извод като редукцията на вълновия пакет във фон Ноймановата теория на измерването в квантовата механика (Neumann 1932: 222-237; Пенчев 2009: 444). В такава перспектива е много интересно тълкуването на Генценовата основна теорема: тя би гарантирала еднозначно възстановяване на вълновия пакет по резултати от измерването, ако измерваната квантова система е дадена.

Мартин-Льоф показва (Martin-Löf 1971), че основната теорема на Генцен може да се пренесе още по-широко, в интуиционистката теория.

Сега ще се опитаме да погледнем на финитността на трансфинитната индукция, респ. на основната теорема на Генцен в две разноречиви тълкувания, за които ще положим необходимите усилия да ги съгласуваме. Това ще бъдат: топологически и теоретико-множествен подход, от една страна, и обсъждане на аксиомата за тъждествеността във връзка с правилото за отстраняването, особено при циклично разглеждане, от друга.

Макар че използвахме евфемизма „циклично разглеждане“ току-що, на проникателния читател е станало ясно, че зад него се крие сякаш напълно неприемливия логически „порочен кръг“. Ще обърнем внимание, че философската херменевтика на Хайдегер не само не открива нищо порочно в него при изследване на битието (тоталността) под формата вече на „херменевтичен кръг“, но го въздига дори до основен метод (Heidegger 1977: 202-204). Това е особено очевидно у неговия следовник Гадамер (Gadamer 1960).

Ала ето какво пише самият Генцен в уводната мотивировка на своята основна теорема:

*Основната теорема твърди, че всяко чисто логическо доказателство може да се доведе до определена, впрочем по никакъв начин не еднозначна, нормална форма. Същностните свойства на такова нормално доказателство можем донякъде да изразим като кажем: то не прави обиколки [Umwege]. В него не се въвежда никое понятие, което не се съдържа в крайния му резултат и следователно трябва да се употребят необходимо за неговото получаване (Gentzen 1935: 177).*

Следователно, замисълът на Генцен е да покаже, че всяко доказателство може да се представи като монотонна, но не еднозначно определена редица от следствия, която води – фигуративно казано „по права линия“ – от изходните предпоставки до твърдението, което се доказва. Очевидно, това е интуитивната представа за доказателство и тук, т.е. чрез неговото изчисление на секвенции, самата тя бива формализирана и доказана. Тъкмо това обаче и позволява да се направят двете съществени крачки, споменати по-горе: да се обсъди, първо, доказателство с безкрайна (по Генцен, конструктивна) монотонна редица от импликации и, второ, логическия статус на „порочния кръг“, по който се достига до изходното твърдение не непосредствено, не по силата на тривиалната тавтология, постулирана в аксиомата за тъждествеността, а от „другата страна“ на кръга, която обхожда всички възможни твърдения, но все пак връща в изходното по начина, по който може последователно да се обиколи големия кръг на едно кълбо все по права (поради кривината – геодезична) линия от точка до същата точка, но „от другата страна“.

В този случай до изходното твърдение би се достигало, чрез обхождане на всички твърдения, при което е положено – няма друго начин освен с аксиома, – че те образуват тоталност. Тяхната съвкупност е затворена. Макар да съществува линейна наредба, най-големият елемент съвпада с най-малкия и естествено този елемент да съвпада с местоположението на наблюдателя, началото на отправната система. Под „циклизиране“ ще разбираме именно такова полагане.

От двете изредени задачи, първата очевидно принадлежи към сърцевината на мотивацията на Генцен.

Нейно естествено продължение по-нататък ще бъде обратния ход на мисълта – концепцията за финитност на трансфинитната индукция.

В рамките на сега цитираната негова публикация, това личи от разграничаването на интуиционисткия и класическия случай, които могат да се различат само по отношение на безкрайна редица от следствия:

Основната теорема е валидна както за класическата предикатна, така и за интуиционистката предикатна логика (Gentzen 1935: 177). Той развива своето изчисление на секвенциите тъкмо за да я докаже в класическия случай:

*То [естественото смятане] вече показва свойствата, съществени за валидността на основната теорема, обаче само в нейната интуиционистка форма,*

*докато законът за изключеното трето, както вече отбелязахме, заема специално положение предвид на тези свойства (Gentzen 1935: 177).*

Самата основна теорема гласи:

*Всяко  $LJ \rightarrow$ , съотв.  $LK$  извеждане може да се преобразува в  $LJ \rightarrow$ , съотв.  $LK$  –извеждане със същия краен извод и в което не се среща фигурата на извеждане, наричана „отстраняване“ [Schnitt, изрязване на междинния извод] (Gentzen 1935: 195).*

Означенията са съответно: „ $LJ$ “ за интуиционистката, „ $LK$ “ за класическата предикатна логика“ (Gentzen 1935: 177).

## **21. Порочен и херменевтичен кръг**

Вече може да пристъпим втората задача, която само косвено бихме могли да присъединим към намеренията на Генцен, а именно на пръв поглед във висша степен парадоксалното „логически строго обосноваване на порочния кръг“. За да избегнем тази очевидно конфликтна и по същество неточна, макар и пределно релефна формулировка, можем вместо това да говорим „логически строго обосноваване на херменевтичния кръг“.

Разграничението между логическия порочен кръг и херменевтичния кръг може да се търси по две сродни, но не тъждествени линии. Херменевтичният кръг за разлика от порочния логически се отнася до (1) тоталността или (2) безкрайността. Дистинкцията между тях поставя въпросите за (А) крайната тоталност и съответно за (В) нетоталната, отворената безкрайност. Учението на Кантор очевидно почива на втората възможност.

Как би могъл да се обоснове херменевтичният кръг върху идеите на Генцен: и то дори без добавена по непротиворечив начин 'актуална безкрайност', донякъде неуместна, понеже той да твори под знамето на конструктивизма и дори на финитизма?

Първо, тъй като става дума за изходното твърдение, то тривиално не съдържа други термини освен необходимите за доказателството на крайния резултат, в случая – на самото него.

Второ, тъй като Генцен обосновава своята теорема специално заради класическия случай, то на нас ни е позволено да използваме правилото за изключеното



трето за безкраен извод, по-точно ще използваме метода на доказателство от противното.

Трето, доводът ни би бил следният. Да допуснем, че нашата хипотеза не е вярна. Тогава трябва да има безкраен логически извод, което да води до едно последно твърдение, което може да се изведе от нашето твърдение, но от което самото то не може да се изведе на свой ред. С това обаче въвеждаме негов актуално безкраен номер, което противоречи на изходната ни конструктивистка позиция.

Четвърто, като обърнем сега назад поглед към скициран по този начин ход на мисълта, можем да я синтезираме така.

Следствие от основната теорема на секвенционалното смятане, предложен и от Генцен, е, че всяка безкрайна конструктивна монотонна редица от следствия образува херменевтичен кръг. Това е така, понеже в качеството на изходно твърдение (място на наблюдателя, начало на „логическата отправна система“) може да вземем всяко от нея. Забележете, че тъкмо постулиране на канторовска актуална безкрайност би ни позволило да се „измъкнем“ от херменевтичния кръг:

Такова „измъкване“ може ефектно да се демонстрира чрез топологически еквивалентната аксиома на непрекъснатостта на Кантор: всяка безкрайна последователност от вложени интервали (за нас изоморфна на Генценовата секвенционална редица) има обща точка<sup>13</sup>. Тоест, върнато на Генценовия език, всяка безкрайна последователност от следствия доказва едно последно твърдение, очевидно различно от изходното, което – току-що видяхме – е еквивалентно на постулиране на актуална безкрайност.

---

<sup>13</sup> Всъщност като аксиома Кантор предлага следното твърдение: „Обаче за да стане завършена връзката на областта на дефинираните в § 1 числови величини с геометрията на правата линия, сега се добавя още една аксиома, която се състои просто в това, че също и обратно, на всяка числова величина съответства определена точка на правата, чиято координата е тази числова величина ... Наричам това твърдение аксиома, понеже в неговата природа е изобщо да не е доказуемо“ (Cantor 1932 : 97). С други думи се постулира взаимно еднозначно съответствие между реалните числа и точките на правата линия. От нея и от начина на въвеждане на реалните числа в същата статия чрез редици, сходящи по Коши (Cantor 1932: 92-93), следва горното твърдение, наричано понякога в литературата аксиома на непрекъснатостта на Кантор. Може би самият Кантор го е формулирал някъде в своите работи като следствие или като еквивалентна на цитираната аксиома. Ръсел е този, който разглежда подхода на Кантор в много широк логико-математически и философски контекст и във връзка с по-късните работи на Кантор за определяне на непрекъснатостта чрез ординални числа (Russell 2010: 285-306).

Обратно, Генценовият конструктивен подход, изказан на топологичен език, изисква тази последна точка да съвпадне – на принципа на цикличното отъждествяване на най-малкия и на най-големия интервал – с изходния, първия интервал, от който стартира монотонната редица (евентуално от интервал, на който първият интервал да е подмножество). Още по-очевидно линейният предразсъдък, който ни е просмукал, може да се демонстрира чрез понятието за сходяща редица. На езика на нейните термини, същият конструктивен подход изисква границата на редицата да съвпадне с първия елемент, които очевидно биха имали различни числови стойности. Понятието за число се разбира по традиция винаги линейно<sup>14</sup> и така наистина имплицира актуална безкрайност, в т.ч. и под формата реалния континуум.

От друга страна, на Генценовото секвенционално смятане лесно можем да придадем структура на циклична група, стига „скандално“ да отъждествим 'лъжа' и 'истина' (можем за прегледност да ги прикрепим в точката на наблюдателя, т.е. изходното твърдение), т.е. да е постулирано като едно съвсем необичайно твърдествено истинно и неистинно твърдение, което да играе ролята на неутрален елемент. Груповата операция ще въведем, ако разгледаме импликацията като двуместна операция с операнди предпоставката и следствието и резултат от операцията – следствието. Обратният на даден елемент и самият даден елемент са на еднакъв брой логически дискретни елементарни стъпки идемпотентно преди и след изходния. Тъкмо основната теорема на секвенционалното смятане гарантира винаги наличието на дискретни елементарни стъпки (пътя на нормалното доказателство, от което са отстранени, т.е. възстановени обратно всички изречения на междинния извод).

Това разсъждение обаче ни доведе до един поразителен извод: еквивалентност на предпоставката и следствието в херменевтичния кръг. Как? И как да го тълкуваме?

---

<sup>14</sup> Отделен въпрос е как това се съотнася с аксиомите на Пеано, дали тъкмо те не изискват безкрайността, ако се въведе актуално, да се отъждестви с единицата (респ. нулата), т.е. с постулирания най-малък елемент. Освен това може да се добави, че самата аксиоматика на Пеано за елементарната аритметика има несобствена интерпретация, върху множество с наистина безкраен брой елементи, но краен брой различни елементи. Напълно достатъчно е вместо обичайната, подразбираща се, „собствена“ релация на еквивалентност, да вземем като такава равенството по остатък при деление на естествените числа с фиксирано за дадената интерпретация произволно естествено число (Пенчев 2009: 315).

Наистина, ако следствието следва от предпоставката, но и предпоставката следва от следствието, то те са логически еквивалентни: и това е в сила за всеки два елемента на херменевтичния кръг. Тогава логиката придобива статуса на едно (в крайна сметка, безкрайно) перифразиране: „или с други думи ...“. От „А следва Б“ се оказва 'А, или с други думи Б' или 'А е изоморфно, еквивалентно на Б', или – както според обичайното разбиране за херменевтика – 'Б изтълкувано като А и на свой ред, А изтълкувано като Б' или 'Б е метафора на А, а и А е метафора на Б'.

От къде идва тогава вече само илюзията за добра наредба в редица от следствия? Възможните отговори обаче са два. Първият и сякаш по-очевидният е, че тя остава валидна за всяка крайна последователност, при която херменевтичен кръг по описания начин ще продължим да вярваме, че е логически забранен, приравнявайки го на опозорения „порочен кръг“. Другият възможен отговор би премахнал обаче това ограничение що се отнася до валидния логически статус и на краен херменевтичен кръг. Той ще разграничи двата типа импликации, а именно от предпоставката към следствието и обратно, ето така:

Едно от двете преминава през особена точка или двете преминават през различни особени точки. Най-естествено е тази особена точка да се тълкува като началото на логическата координатна система, свързана с наблюдателя, накратко като (логическия) наблюдател, в която херменевтичният кръг се „снажда“, затваря се. Това тълкуване е очевидно конвенционално: особената точка, през която едната импликация, преминава, а другата – не, първо можем да поставим на произволно място в кръга (друг логически наблюдател, а оттук универсалност на херменевтичния кръг), а второ, може да тълкуваме и като външна на наблюдателя, например като „трансцендентната точка на безкрайността“, като „сакралната точка“ и пр.

След като сме разграничили двата типа херменевтични следствия, бихме могли да разграничим и два типа еквивалентност: логическа, при която нито правата, нито обратната импликация не преминава през особената точка, полюса на херменевтичния кръг, и херменевтична, при която (поне) една от двете преминава.

Така Генценовото секвенционално смятане ни въоръжава с широк набор инструменти за построяване на цяла фамилия нов тип логики, които можем да наричаме херменевтични.

Има множество възражения относно финитното тълкуване на трансфинитната индукция, някои от които споделям и аз (Пенчев 2009: 249-254). Въпреки това и при

нефинитното тълкуване може да се набележи стратегия за обосноваване на математиката на основа на аритметиката, която обаче се разделя на две взаимно и независимо обосноваващи се области – Пеанова и Генценова аритметика. Първата си служи с обичайна индукция и може да обоснове Генценовата аритметика, включваща трансфинитната индукция. На свой ред Генценовата аритметика обосновава Пеановата. Това е наречено и описано като стратегия за дуално обосноваване на аритметиката (Пенчев 2009: 232 и сл.).

Така се избягва порочен кръг в обосноваването по модел, предвиден от самата природа, и заложен в квантовата механика: двете аритметики се разглеждат като дуални или допълнителни. С това собствено се построява възможно достатъчен модел в аритметиката на формализма на квантовата механика, претендиращ посредством теоремата за отсъствие на скрити параметри и за самообоснованост. Заедно с това обаче, имплицитно на основата на построения модел, може да се набележи стратегия за отхвърляне на довода на Гьодел (т. нар. първа теорема за непълнотата) в качеството му на теорема и ново негово осмисляне като аксиома, разделяща математиката на два типа – Гьоделова и Хилбертова (Пенчев 2010), според приемане или не на твърдение, съвпадащо или еквивалентно с т. нар. първа теорема за непълнотата. Философски осмислено, разделението между Гьоделова и Хилбертова математика означава съответно отхвърляне или приемане заедно и на пълнота и непротиворечивост на математиката, и на един съвременен тип (дуално) питагорейство.

#### **24. Теоремата на Коушън и Шпекър**

По-нататък, за да изясним съотношението на пълнота и непротиворечивост в квантовата механика, ще привлечем теоремата на Коушън и Шпекър (Kochen, Specker 1967: 70) и по-точно следствието, формулирано на същата, 70-та страница, за отсъствие на изображение на сферата в бит, което да е в състояние да удовлетвори определено условие. Тъй като настоящият текст е насочен философски, ще си позволим направо да формулираме една интерпретация на това следствие като отсъствие на изображение на кубит в бит, както и на целостността от квантов обект и уред в проста адитивна съвкупност от тези две или с нашите термини, в пълна, непротиворечива, адитивна съвкупност от тези два полюса.

Не е ли обаче подобно тълкувание именно потвърждение на подхода на Гьодел за несъвместимост на пълнота и непротиворечивост и на територията на кван-

товата механика? Не! Това е само потвърждение за несъстоятелността на похода на Айнщайн и сподвижници за „скритите параметри“ в квантовата механика: такива не може да има! Според теоремата никоя квантова цялостност не може да се представи чрез изображение в две части, напр. и най-естествено те могат да бъдат квантов обект и уред, което да е пълно, непротиворечиво и цялостната система да се представя, като се представи като проста сума от тези две части. Всъщност от известна гледна точка смисълът на интерпретацията на прякото следствие от теоремата е тривиален: целостността на системата може да се разложи пълно и непротиворечиво само неадитивно.

Всъщност следва да се отхвърли като противоречива не повече от едновременната употреба на два концепта на Айнщайн – „елемент на реалността“ и „скрит параметър“ (Einstein, Podolsky, Rosen 1935). По-детайлно: не е възможно всички скрити квантово-механични наблюдаеми да имат фиксирани стойности и те да бъдат независими от уреда. С други, и то прости думи: „скритите параметри“ не могат да са „елементи на реалността“.

Освен това теоремата на Коушън и Шпекър (1967) разширява обхвата на тази на фон Нойман (1932) за отсъствие на скрити параметри, тъй като изяснява, че дори и за комутиращи величини следва да се изключи някакво хипотетично пълно представяне чрез скрити параметри, тъй като неговата невъзможност произлиза от наличието на дискретност, т.е. от самия фундамент на квантовата механика, а не от некомутативността, каквото е ширещото се заблуждение преди тяхното осветление, валидно само за част, да речем „половината“ двойки величини. Всъщност некомутативността би могла да се съпостави с времето, чието моменти представят единствения пример на некомутативност на стойности сред физическите величини. Тогава отсъствието на скрити параметри ще се припише на по-фундаменталната дискретност (числовост, а оттук и холизъм), в чийто род попада и вида на времето като своеобразно „физическо броене“.

Този техен извод е твърде важен и за философския ракурс на настоящия текст. Целостността следва да бъде приравнена не на дуалността, а на дискретността, в крайна сметка на числовостта. Циклично-холистичният подход и неопитагорейският подход за фундаментализиране на математическите структури са в същността си еквивалентни. От последния дуалността е не повече от необходимо следствие.

Ако си позволим да дадем като пример една метафора или илюстрация от китайската мисловна традиция, то тъкмо хексаграмите на И Цзин извикват към живот Ин и Ян, в европейската традиция – 'небитието' и 'битието'. Акцентът в последната е категорично поставен върху второто, а първото се пренебрегва до степен да се тълкува като отсъствие на битие. Ще видим, че ролята на небитието в една циклическо-холистична парадигма е специфично твореща разнообразието и в този смисъл равностойна на битието. И така, целостността и числовостта (в обобщен смисъл) са еквивалентни и само те могат да породят дуалността и заместващата се, изключващата се дуална еквивалентност на полюсите. Едва вторично, тя се разгръща като посока, наредба, оценка, история, прогрес в рамките на някаква линейност между нисшо и висше, зло и добро и прочие разпопоставяне на полюсите, което поражда характерното за европейската философска традиция еднообразно изобилие или дори „вакханалия“ от всякакви имена за двойки полюси, непосилно стремейки се чрез правилния избор на тези имена да постигне завинаги загубената в двуполуясността цялост.

Сега можем да се завърнем към проблема на Хилберт, по-точно към шестия в светлината на втория, за да формулираме хипотеза, която естествено би изпитвала нужда от прецизиране и най-вече от собствено математическо доказателство:

Подходът за обосноваване на аритметиката и оттук на математиката чрез две дуални аритметики – Пеанова и Генценова – е произведен (в смисъла на строго следствие само в тази посока) от Пеановата с добавена подходящо формулирана аксиома за цялостност, чието съдържание би трябвало да постулира съществуването на актуална безкрайност от естествени числа в качеството на число. С други думи, от една нова, и то аритметична аксиома за актуалната безкрайност следва трансфинитната индукция, но не и обратното, тъй като последната може да се тълкува строго по Генцен, т.е. финитистки.

Такава математическа структура изглежда изоморфна на есенциална част от формализма на квантовата механика, въдворен в хилбертовото пространство, след третирането му с аксиомата за избора, която да постулира съществуване и изобразяване на целостността в ипостаса на квантова кохерентност в дискретен, числов вид, т.е. в ипостаса на актуална аритметична безкрайност.

Ще отхвърлим пътя на Хилберт за самообосноваване на математиката чрез финитното, но ще оставим непокътнати самата идея за самообосноваване на мате-

матиката и дори самата аритметизация като метод, стига да е попълнена с актуална безкрайност: нещо повече, следва да се подчертае изключителната им дълбочина и плодотворност за развитие не само на математиката и физиката, но и на философията под формата на учението за дуалното питагорейство, което е вече по-същностно да наречем холистично питагорейство.

### **23. Неадитивността**

Пълнотата и непротиворечивостта са възможни в аритметиката и в геометрията, а чрез тях и изобщо в математиката само допълнени с неадитивност, която обаче се изключва от всяка финитна аритметика, но не и от нефинитна, напр. от трансфинитна, както не само не се изключва, но и се предполага от всяка геометрия, ако приемем за отличителен белег за „геометричност“ на една математическа структура наличие на 'скаларно произведение' или, разбира се, на изоморфния му образ. Естественото е морфизмите да не се ограничават до непрекъснати, т.е. да се допуска скокообразно геометрично движение, затова няма да го включим като изискване за геометричност на математическа структура, още повече, че след третирането с аксиомата за избора не е необходимо.

И така, достигаме до възможността за формулиране на едно общо изискване за всяка пълна и непротиворечива математическа структура – необходимо трябва да бъде неадитивна.

Така неявно обаче, самореференциално, тя изглежда се оказва въввлечена в самата себе си, като своята чиста цялостност. Множеството, което дефинира, неизбежно трябва да включи един особен елемент, плод на ейдетичната редукция, притежавайки всички есенциални качества, но нито едно друго, което е акцидентално спрямо нейното определение.

След обсъждането на онтологическата перспектива на настоящата работа в светлината на фундаментално-математическите идеи на Хилберт нека отново се върнем към нашето отъждествяващо разглеждане на статистически ансамбъл (Tsallis 1988; Суханов, Рудой 2006; Пенчев 2009: 134-140) по гибсовски (Gibbs 1902: 33; 100) и по болцмановски (напр. Boltzmann 1995: 23-30 (§ 1); Jaynes 1964), за да добавим сега концепцията за множество, сред които се допускат и такива, които съдържат себе си като елемент. Същност нас ще ни интересуват именно последните, доколкото се придържаме към постулата за едно-еднозначно съответствие между съвкупностите от състояние на цялото и от неговите части.

Първо да покажем връзката между 'съвкупността от състояния на цялото' и 'множество' със следния пример: множеството от всички червени предмети. Необикновената част би била червен предмет без нито едно друго свойство, т.е. според традицията на философията – „идеята за червен предмет“. В качеството на емпирично наблюдаем предмет изглежда очевидно, че „идеята за червен предмет“ не съществува. Всеки конкретен червен предмет обаче можем да разгледаме като възможно състояние на тази идея и чрез това да построим търсеното едно-еднозначно изображение.

#### 24. Истина

Може да се спомене, че „идеята за червен предмет“ ще конституира обичайно пространство на познанието на червени предмети посредством истината като *adaequatio*, в което тя ще бъде единият полюс, а другият ще се представя всъщност от още една, и то по-сложна, понеже е производна, идея, тази за родовото понятие „конкретен червен предмет“.

Идеята за 'конкретно' може да получим едва и единствено на следваща стъпка, след като вече преди това и определящо е положена идеята, в случая – абстрактната идея за червено.

Така виждаме, че „картината на света“ в качеството на положена като предмети срещу човека или срещу 'идеята' е всъщност твърде усложнена и не непременно достоверна абстракция, а така също и начина на пораждање на критиката от феноменологията. Но бихме да обобщим същото положение на нещата и малко по-различно:

Логосът може да възникне и исторически възниква едва след, и то като скрие Числото, самопровъзгласявайки се след тази насилствена узурпация за Света, при това забележете, „сам по себе си“.

След това кратко отклонение нека сега по болцмановски разгледаме същото множество като статистически ансамбъл от червени предмети. Ако вземем разпределението по континуума от цветовете, то ще има формата на функцията на Дирак (Dirac 1958: 58-59): един единствен безкраен пик при дължината на вълната, която сме приели да означава „червено“ или съответно краен „импулс“, ако червеното е дефинирано като интервал от дължини на вълната. Това няма да е валидно за нито едно друго свойство: всички останали свойства ще бъдат (може би еднакво) застъпени.



Да подчертаем следното: разпределението на есенциалните свойства ще се изменя дискретно, „квантово“, а на акциденталните – континуално и дори вероятно диференцируемо.

Очевидно е, че 'червеният предмет' като част от болцмановски ансамбъл от червени предмети и като гибсовско състояние на 'червен предмет' е един и същ. Следователно, самото понятие за множество се образува чрез хипотезата за основополагащата еквивалентност за състояние и част. От нея обаче произтича включването в него на неговата необикновена част, то самото, или според традицията на философията, неговата идея, включване, което е тривиално да се опозори по ръселовски като принцип на порочния кръг (Russell 1908: 236-237).

Затова се оказваме на пръв поглед принудени да я забраним, като зариваме глава в пясъка относно изхвърлянето чрез това и на 'множество'. Така повтаряме хода на историята, която вече е проиграла забраната на Числото като сакрално при класическото питагорейство, за да може да оповести на другия полюс Света като Логос и, забележете, достъпен за познание в епистемата на истината като *adaequatio*.

Споменът за вече случилото се обаче може да ни предпази да го повторим и две половини хилядолетия по-късно да тръгнем по другия път – този на Числото, без каквато и да било нужда от забрана на противоположния полюс, на Логоса. Разбира се, нямаме нужда и от феноменологическото „епохе“ на Хусерл, което е огледален образ на някога проиграното и е необходимо в най-добрия случай на етапа на прохождение по новия път, когато бациният образец е все още полезен.

Сега ще покажем как епистемата на истината като *adaequatio* задава и два основни начина за определяне на вероятност: субективна и обективна. Това е една хибридна позиция и междинен етап: стремежът е на нещо да се присъедини число по истинния начин, но доколкото истината се мисли по старому – а именно като някакво пространство между нещото и едно адекватно число, което освен това ще поражда както във всяка епистема от този тип свой специфичен дискурс или „логика на нещото“, сега хибриден, числово-логосен, математически дискурс, – това че Числото изисква своя истина, от типа на Хайдегеровата нескритост, остава в невъзможност да се види.

Самите названия, субективна и обективна вероятност, ясно показват, че числото се присъединява според две от най-разпространените имена за полюси в кла-

сическата епистема: съответно субект и обект. Но къде тогава да разположим адекватното число на вероятността, след като другият, противоположният полюс е вече зает? Виждаме как числото поражда и в пространството на истината като *adaequatio* специфични напрежения, произтичащи от това, че в една полюсна система, то естествено се стреми като своеобразен трети полюс, от който всъщност няма нужда. Наистина Числото и не може да има място в класическата епистема, доколкото тя е създадена на фундамента на неговата забрана, което в историята на философията може да се проследи чрез движението от Питагор (напр. Hermann 2004: 1-124) през Хераклит (напр. Kahn 2001: 5-38), през Платон (пак там: 39-62) към Аристотел (пак там: 77-81). Бидейки сакрализирано, то неговото профанизиране само пресъздава двуполусна епистема, която обаче е изцяло числова, но не привнася нещо революционно ново, тъй като е само двойник, и то по-скоро „недодялан“ на логосната епистема, разработена от Аристотел, напр. в „Категории“. Това числово сноване между сакрално и профанно откриваме при неоплатониците (напр. O'Meara 1990).

## 25. Епистема в Никомаховата етика и у Фуко

Следва да обърнем по-специално внимание на понятието „епистема“, така както е въведено в Никомаховата етика от Аристотел, което се превежда днес обикновено като „наука“ или „научно знание“:

*Нека бъдат пет на брой нещата, чрез които душата говори истината посредством потвърждаване и отричане. Те са: изкуство, наука, разсъдливост, мъдрост, ум; защото в предположението и мнението е възможно душата да се заблуди. 2. И ако трябва да се говори точно, а да не се следват [външните] сходства, то какво е науката става ясно от следното: всички ние смятаме, че това, което знаем чрез науката, не може да бъде по друг начин, а когато нещата, които могат да са по един или друг начин, остава извън разглеждане от наша страна, то не можем да кажем, дали те съществуват, или не. И така предметът на науката съществува по необходимост (Аристотел 1993: 132-133).*

В приведенния цитат бихме подчертали два момента: науката е една от форми (пет на брой) на истината. Специфичното за науката като форма на истината е това, че „което знаем чрез науката, не може да бъде по друг начин“. На пръв поглед това е ключът, който ни позволява да разкрием хусерлианската „ейдетична редукция“ като философски метод за изясняване и получаване именно на научната исти-

на. Нещо повече, така бихме могли да тълкуваме дори и хайдегерианската истина – нескритост. Можем ли да се съгласим? Едва ли. Това по-скоро показва, че преводът на Аристотеловата епистема като „наука“ или „научно знание“ е неадекватен, най-малкото за нашите цели. Трябва да вземем предвид възгледа на Аристотел за истината (напр. Crivelli 2004), особено тълкуван от гледна точка на феноменологията и екзистенциализма (напр. Long 2011: 21-48), както и начина на съотнасяне на „нус“ и „епистема“ (напр. Aydede 1998). За нас епистемата по Аристотел ще бъде един от начините на нескритост – поради необходимо съществуване. В нея ще долавяме един от късните отгласи на питагорейското Число:

Числото в своята съзидателна стихия се стреми не да замести Логоса в неговата епистема, не да я разруши, но коренно да я преобразува на основа на трансформиране на самата истина. Числото, оставайки все още забранено или вече едва-едва доловимо в предусет за негова повторна заря, е скритият двигател да възникне принципно новата философска позиция на феномена и феноменологията при Хусерл и Хайдегер.

Всъщност късната Хусерлова критика на математизацията при Галилей (Husserl 1976K: 20-60) изяснява не толкова погрешността, колкото половинчатостта и конформизма на присъединяване на Числото в двуполусната епистема, отсъствието на радикалност, довела до противопоставянето му със смисъла и целостността, възплътени в човека и неговия жизнен свят. Наистина Галилей прави решителна крачка, че към всяко нещо може да се присъедини число (Husserl 1976K: 32-36), но числото остава в изначално отчуждение спрямо качествата в полюса на количеството, което има своеобразието да е разположено потенциално във всяко качество: един полюс във всеки един от (безкрайно) много противоположни полюси. Това е отново чудата, хибридна, кентавърообразна позиция количеството на числото някак, и то побезболезнено да се присъедини към качествата в езика.

## **26. Рамзи за вероятността**

Понятията за субективна и обективна вероятност са в дълбоката си основа поредният отглас на галилеевския тип математизация на науката, шествала победоносно вече няколко века:

*Наистина общата разлика на мненията между статистиците, които в по-голямата си част приемат честотната теория на вероятността, и логиците, кои-*

*то най-вече я отхвърлят, се отнася вероятно до това, че двете школи обсъждат реално различни неща и че думата 'вероятност' е използвана от логиците в един смисъл, а от статистиците в друг (Ramsey 1978: 59).*

Ще се опитаме да покажем, че понятието за квантова вероятност<sup>15</sup> синтезира възгледите на „статистиците“ и „логиците“, за които говори Рамзи. Понятието за вероятност, дори и като логос, притежава две изключително важни свойства:

1. То е свързано или се опитва да е количеството на възможността изобщо (на всяка възможност).

2. Квантова механика го поставя в основата на света в епична битка с класическото мислене, привлякла внимание на цялото човечество, след което синтезът на холистичност, дискретност (квантовост), случайност помежду им, от една страна, но от друга, с редукционизма, континуалността (диференцируемостта), детерминизма на класическата физика вече чука на вратата.

Поради това, след като изясним неизбежните, поради неуместната епистема, странности на субективната и обективната вероятност, ще обсъдим „неистовия“ начин, по който понятието за квантова вероятност<sup>16</sup> чрез посредничеството на геометрична<sup>17</sup> успява да ги синтезира, а не просто причудливо да ги съедини в някаква нова гносеологическа химера; макар и с цената на катаклизъм в нашите предразсъдъци. Ще проследим по-нататък същностния паралелизъм на този хармоничен брак със стожерите на феноменологията и Хайдегеровата истина като нескритост (Heidegger 1977: 282-305; 2001: 118-125; 1976W: 177-238; 2000: 263-288; 1976L: 170-182).

## **27. Квантова вероятност**

Начинът, по който се опитваме да въведем „квантова вероятност“, е сходен, но съществено различен от обичайния, при който водеща е некомулативността.

---

<sup>15</sup> На философското осмисляне на понятието за квантова вероятност е посветен раздел в сборника „Философия на квантовата информация и свояването“ (Bokulich, Jaeger [eds.]: 2010: 63-67).

<sup>16</sup> Обзори на квантовата вероятност: Gudder 1988; Meyer 1995; Kuperberg 2007.

<sup>17</sup> Обзор на геометричната вероятност се съдържа в Solomon 1970. Особена важна е връзката на геометричните обекти с инвариантни мерки, какъвто е предметът на дисциплината „Интегрална геометрия“: Santaló 2004. Такава връзка позволява на геометричните обекти да се гледа като на подмножество от „пространството на събитията“ и оттук като на интерпретация на класическата вече Колмогорова аксиоматика на теория на вероятностите.

Извършва се обобщение на аксиоматиката на Колмогоров, така че събитията да образуват вместо  $\sigma$ -алгебра некомутативната  $*$ -алгебра, която обаче в не по-малка степен да позволява въвеждане на мярка. Характерният белег за нея е, че тя е затворена за новодобавената операция инволюция (спрегнатост), която се обозначава със „ $*$ “ и дава наименованието на алгебрата. Нейните елементи образуват комплексното векторно пространство от оператори в хилбертовото пространство. Този подход е съзвучен с подхода на фон Нойман от по-късни работи (Neumann 1929; 1936; 1938; 1940; 1943; 1949) за определяне формализма на квантовата механика аксиоматично, като даден тип алгебри (Bratteli, Robinson 1979). Често теорията на квантовата вероятност се излага именно по този начин, като се подчертава връзката с аксиоматичния подход от фон Нойман от по-късните му работи. Връзка с геометричния подход до известна степен се запазва чрез некомутативните геометрии (напр. Connes 1994: 8-14; 40-45; или: Rieffel 2004: 315-317), които обаче се построяват също така аксиоматично, като векторни пространства и следователно в тясна връзка с категорията на алгебрите.

Ако сравним двата типа алгебри – „ $\sigma$ “ и „ $*$ “ – се открива почти пълен паралелизъм между техните определящи свойства, положени в аксиомите:

<b><math>\sigma</math>-алгебра</b>	<b><math>*</math>-алгебра</b>
Дадено е множество $X$	Дадено е хилбертово пространство $H$
$\sigma$ -алгебрата $\subseteq 2^X$	$*$ -алгебрата $\subseteq O(H)$
$\sigma$ -алгебрата $\neq \emptyset$	Идентитетът $\in *$ -алгебрата
$\sigma$ -алгебрата е затворена спрямо операцията допълнение	$*$ -алгебрата е затворена спрямо операцията инволюция
$\sigma$ -алгебрата е затворена спрямо избиримо обединение	$*$ -алгебрата е затворена спрямо композиция

Табл. 1. Паралелизмът между  $\sigma$ -алгебра и  $*$ -алгебра

Този паралелизъм и фактически, начин за построяване на  $*$ -алгебрата чрез него, съответства на една от основните идеи в настоящата работа: вместо теория на множествата в основата на математиката да се постави хилбертовото пространство. В първия случай алгебрата е комутативна понеже обединението на множества е комутативно, във втория е некомутативна, поради това – свойство на операторите. Веднага би се породило любопитство, кой би бил аналогът на операцията сечение,

относно която  $\sigma$ -алгебрата е отново затворена като следствие от изброените свойства, достатъчни за аксиоматичното определение? Дали подходящият кандидат в  $*$ - алгебрата няма да е по-скоро скаларното произведение, дефинирано по съответен начин за оператори, отколкото другата операция – събиране на оператори?

В духа на теоремата на Коушън – Шпекър обаче ще се стремим да построим такова обобщение за квантовата вероятност, че некомутативността на алгебрата на събитията да е достатъчно, но не необходимо условие за квантова вероятност. Поуката, която извличаме от тяхната работа, е, че квантовата вероятност произтича от стожера на квантовата механика: от принципа на вълново-корпускулярен дуализъм, от изискваната в нея инвариантност, по-широка от Айнщайновата всеобща ковариантност (Einstein 1918: 241; 1916: 288-292 [§3]), а именно и спрямо дискретни морфизми, от която обаче не следва непременно, макар и да не се изключва, некомутативност или едновременно неизмеримост, каквито обсъжда в пионерската си работа фон Нойман (Neumann 1932: 134; Пенчев 2009: 228 и сл.). Следователно в рамките на алгебричния подход вместо некомутативните алгебри, какъвто е обичайният подход, в основата следва да се поставят отслабени изисквания и по-обща клас алгебри, включващ и комутативни чрез парциалните, обсъждани от Коушън и Шпекър (Kochen, Specker 1967).

Всъщност вече се очерта идеята да въведем квантовата вероятност по друг начин, така че тя да не е обвързана с частния случай на некомутативност, а с по-обща инвариантност и спрямо дискретни движения, както може да се интерпретира замисълът на Коушън и Шпекър да се отъждестви физическата едновременно измеримост с математическата съизмеримост, т.е. наличие на обща мярка. Последната тъкмо и допуска прекъсвания, които можем да тълкуваме като квантови скокове, върху множество с нулева мярка. Тогава и ние ще можем да въведем квантовата вероятност не чрез некомутативна алгебра, а чрез необходимо двумерна мярка, която може и да не е комутативна.

Според философската насока на настоящата работа обаче можем да се ограничим до евристични и геометрични разсъждения в рамките на геометричния подход. Тогава дискретността, респ. съотношение за неопределеност, а не некомутативността ще ни се представи чрез изискването за непременно двумерна геометрична мярка, респ. като необходима двумерност на пространството на

събитията, каквато се изпълнява чрез некомутативността, но не само чрез нея, а както демонстрират Коушън и Шпекър – и при комутативност, стига да е налице дискретност.

## **28. Колмогоров, Кокс и Лаплас за вероятността**

След това, според съвременния етап от развитието на квантовата механика – квантовата информация, ще обсъдим Колмогоровото определение на условна ентропия чрез алгоритмична сложност (Колмогоров 1969)<sup>18</sup> и оттук за вероятност на единично събитие, която да не е „субективна“. Ще проследим как идеите на квантовия компютър, дял от квантовата информация, въвлечат квантовата вероятност в обобщен тип изчисление, алгоритми; ще анализираме характерния за тях тип сложност, сродяващ я чрез плавен преход със случайността, за да видим как Колмогоровото определение се обобщава за квантовия случай.

Най-накрая ще зададем перспективата на две последващи публикации, посветени съответно на семантично-синтактично тълкувание на вълновата функция в квантовата механика и на нейното приложение за описание на исторически процеси.

Субективната вероятност се определя като число, конвенционално ограничено в затворения интервал между нула и единица, което се приписва на пропозиция относно настъпването на дадено събитие<sup>19</sup>.

Напр., вероятността утре да вали дъжд е 50% (т.е. 0.5). Това е (експертно) становище на (възможно колективен) субект. Забележете, че каквото и да е приписаното число, стига да не е двете гранични стойности 0 или 1, то не е опровержимо в резултат на реалното настъпване или ненастъпване на прогнозираното събитие. Следователно попада в Попъровото определение за метафизично (ненаучно) твърдение, ако се ограничим до един единствен или до недостатъчен брой опити. Строго математически говорейки, всеки краен брой опити ще е недостатъчен за окончателно потвърждение, но все пак можем чрез релевантен избор на броя опити да сведем вероятността за окончателно потвърждение или опровержение под всяка предварително зададена стойност.

---

<sup>18</sup> Обзор на понятие за сложност у Колмогоров във връзка с понятието за информация и с това за случайност се съдържа напр. в: Звонкин, Левин 1970.

<sup>19</sup> Въпреки че понятието за субективна вероятност възниква много по-рано и обикновено се свързва с имената на Бейс и Лаплас, често дори наричана по името на първия, съвременното тълкувание обикновено се свързва с Рамзи, Кокс и Колмогоров и техните фундаментални работи, които са многократно цитирани в настоящия текст.

Следва да се подчертаят работите на Кокс (Cox 1946; 1961) за въвеждане на аксиоматика на субективната или логическата вероятност, доколкото понякога последните две се разграничават, по независим и различен начин от подхода на Колмогоров:

*В това, което следва, ще се опитам да покажа, че използвайки алгебрата на символичната логика е възможно да се изведат правилата за вероятност от две съвсем първоначални понятия, които са независими от понятието за ансамбъл и които, както мисля, се обръщат съвсем непосредствено към здравия разум (Cox 1946: 5).*

Първата аксиома постулира, че съществува функция, чрез която да се определи вероятността на конюнкция от дадена вероятност и условната вероятност на други две и която има следните два аргумента: условната вероятност на последните две и условната вероятност на първата спрямо конюнкцията от последните две (пак там: 6). Втората аксиома определя, че съществува функция на една единствена променлива, чрез която се определя условната вероятност на отрицанието на една пропозиция спрямо друга от условната вероятност на самата пропозиция спрямо същата друга (пак там: 7):

*Получените правила, бидейки само отношения между вероятности, не приписват от само себе си числови стойности на всички вероятности, възникващи при специфични проблеми. Единствените числови стойности следователно, получени досега, са онези съответстващи на сигурност и невъзможност и те бяха присъединени по уговорка, а не изисквани от правилата на символична логика (Cox 1946: 9).*

Вижда се, че в подхода на Кокс има няколко принципно нови момента относно връзката на обективна и субективна вероятност и те имат пряко отношение към определяне на вероятността чрез сложност, следвайки Колмогоров.

Субективната вероятност се определя чрез отношение на вероятности на пропозиции, за които се изисква само да имат определена вероятност, но независимо от това как е определена, и следователно тя е инвариантна към начина на определяне. Правилата за определяне на вероятност произтичат от булевата алгебра за



пропозиции и посочените две нови аксиоми, специфични за вероятност и подплатени от „здравия разум“. Можем на съответно място по-нататък да обсъдим очертаващата се тогава алтернатива обективната и субективната вероятност да се разделят в различни отношения по следния начин: обективната вероятност, например по аксиоматиката на Колмогоров, определя вероятността на дадена пропозиция или еквивалентно на събитие, докато субективната вероятност се отнася единствено до отношението на пропозиции. В такъв случай квантовата вероятност, ако бъде определена, както ние се стремим, чрез съвпадение на субективната и обективната вероятност, следва да се тълкува като изискване за адитивност на съставната пропозиция. Такава адитивност би била в непосредствена връзка за изискването за адитивност на очакването на величини по фон Нойман (Neumann 1932: 167-170) в квантовата механика, критикувано и отхвърлено от Херман (Hermann 1935) и Бел (Bell 1966).

В съответствие с двуполюсната схема на истината – *adaequatio* и според реалната история на теория на вероятностите можем да организираме референт, т.е. адекватен обективен полюс, който е естествено да се нарече обективна вероятност:

*Именно тази връзка между частична увереност и честоти ни позволява да използваме изчислението на честоти като изчисление на непротиворечива частична увереност. И в известен смисъл можем да кажем, че двете интерпретации са обективния и субективния аспект на едно и също вътрешно значение, точно както формалната логика може да бъде интерпретирана обективно като корпус тавтологии и субективно като законите за непротиворечиво мислене (Ramsey 2001: 188).*

За целта горната пропозиция трябва да се изведе от своята уникалност да предсказва единично събитие – единичност, изисквана от наречието за време утре – и да се отнесе към достатъчно голяма съвкупност, при което за всеки елемент от нея твърдението е опровержимо. Тъй като утре, спрямо момента, в който пиша това изречение, е 31 декември, а мястото е София, то пропозицията се преобразува така: вероятността на 31 декември в София да вали дъжд е 50%. Това вече не е метафизично твърдение. То означава, че ако се вземат метеорологичните записи, откакто има такива, твърдението се потвърждава (както и опровергава) в половината случаи (години). Сега всеки би се усъмнил в неговата валидност, тъй като на 31 декември,

като типичен зимен ден в София или не вали, или ако вали, то е сняг, така че изглежда крайно невероятно в половината случаи да е валил дъжд. С това ясно се вижда, че то е престанало да бъде метафизично твърдение, след като е подложено на терапия за научност посредством концепцията за истината – *adaequatio*.

И така: вместо единично събитие вземаме достатъчно широка съвкупност, на което то да е представител и проверяваме пропозицията относно него спрямо всеки елемент от нея. Обективната вероятност е отношението на броя на елементите, за които твърдението се потвърждава, към всички елементи<sup>20</sup>:

*Теорията на случайността се състои в свеждане на всички събития от един и същи род до известен брой еднакво възможни случаи, това ще рече, до такива, относно които можем да бъдем еднакво неуверени по отношение на тяхното съществуване, и в определянето на броя благоприятни случаи за събитието, за което се търси вероятността. Отношението на този брой към онзи на всички възможни случаи е мярката за тази вероятност, която е не друго, а дроб, в която числител е броят благоприятни случаи, знаменател – броят на всички възможни случаи (Laplace 1816: 7; 1902: 6-7)*

Следователно можахме да се уверим, че преходът между субективна и обективна вероятност критично зависи от понятието за множество, т.е. от образуването на абстрактна идея от конкретно (бъдещо или неизвестно) събитие и чрез нея разширяването му до множество сходни, вече върху което субективната и съответната обективна вероятност могат да се обсъждат, бидейки опровержими. В предходния анализ пък показахме, че самата идея за множество изобщо изисква неговия особен елемент, то самото, т.е. онези възможности, чиято вариация се забранява като се фиксират в качеството на същност, дефинитивното свойство на множество. В нашия пример същността на „утре“ беше (донякъде произволно) сведена до 31 декември в София и така ние престанахме да се интересуваме от другите дни в годината и места на планетата.

---

<sup>20</sup> Тази дефиниция е фиксирана от Лаплас, но може да се проследи може би до Паскал или по-назад. Вж. напр.: <http://www.math93.com/theoreme/probabilites.html> (посетен на 01.10.2012); прецизно научно изследване на произхода на понятието за вероятност представлява Hald 2003.

На свой ред особенният елемент на множеството – да припомним – имплицираше питагорейство, макар и в един осъвременен вариант, при който Числото е, фигуративно казано, едната половина на нещата, като отношенията му с другата, по-скоро биха могли да се опишат чрез въведените от философията на квантовата механика допълнителност или дуалност.

Да подчертаем факта, че докато едно крайно множество може да се зададе също и чрез изброяване на елементите, то единственият начин за въвеждане на безкрайно е чрез характеристикното му свойство. Следователно понятието за безкрайно множество е собствено това, което изисква особения елемент, който притежава всички необходими и нито едно друго свойство. Това ни навежда към твърде интересна връзка, която засега ще изкажем като най-обща философска хипотеза:

Числото се обосновава от безкрайността. Смисълът е, че макар числото да може да се обоснове и по други начини, то въвеждането на безкрайност (под формата на безкрайно множество) изисква Числото в качеството на нейния ейдос, чрез който тя може да се определи и да се обсъжда по неметафизичен, научен път, т.е. посредством опровержими твърдения. Именно оттук бихме желали да изведем едно фундаментално свойство на безкрайността спрямо субективната и обективната вероятност: тя е точката, в която двете могат да се слоят и поради това да бъдат отъждествени. Но това е една недостижима емпирична точка и по този начин отново за пореден път пространството на класическата система се легитимира, този път между субективна и обективна вероятност, доколкото между двата полюса е емпиричната невъзможност и разрывът на безкрайността.

Ще го покажем обаче първо на основата на обичайните представи:

Ако вземем редица от множества с увеличаващ се брой елементи, но с едно и също характеристично свойство, то обективната вероятност се стабилизира, т.е. с увеличаване броя на елементите обективната вероятност клони към точно определена стойност, която се приема, че се достига при безкраен брой елементи. Същото положение на нещата по-често се среща формулирано под формата на брой опити (реализации) на даден експеримент: напр. подхвърляне на монета, за да се установи вероятността да се падне „ези“ (цифрата на монетата). Посредством множество обаче се поддава на обобщение по очевиден начин и за случая на континуум и интервал (геометрична вероятност). Съществува и закон за големите числа, който фиксира и доказва строго математически споменатото по-горе клонене на обектив-

ната вероятност към точна стойност, когато елементите (опитите) сами клонят към безкрайност<sup>21</sup>.

Бихме могли да повторим процедурата и за субективна вероятност, при което увеличаващото се множество да е от (експертни) мнения по един и същи въпрос, например, дали утре (1 януари 2011, в София) ще вали дъжд. Интуицията подсказва, че ако анкетираните са наистина експерти, т.е. компетентни по поставения въпрос, колкото по-голяма е съвкупността им, толкова по-точен ще е техният колективно обобщен отговор, понеже индивидуалните пристрастия или грешки взаимно ще се неутрализират, бидейки случайни отклонения. Можем ли обаче да твърдим, че съществува един аналогичен закон на закона за големите числа, но сега за субективната вероятност?

Да, в следния смисъл: ако вземем произволна пермутация на сходяща (следователно безкрайна) редица, тя е не само сходяща, но и към същата стойност. Следователно изискването да са експерти трябва се формализира така: трябва да съществува съответствие между множеството на експертите и на опитите. Необходимо ли е да е взаимно еднозначно, т.е. всеки експерт да предсказва не само опитно възможно, но и различна стойност? По-скоро не, трябва да се изключи само да не се „наговорят“, т.е. становищата им да са независими, неповлияни един от друг. От приведенения довод личи веднага, че само безкрайността е гаранция становищата на експертите и резултатите на експериментите строго да съвпадат. Но точката на пълно съгласие остава хипотетична и недостижима, тъй като безкраен брой опити или експерти са еднакво невъзможни.

В тази връзка можем да припомним забележителното твърдение на Бруно Латур, че Бог чрез своята трансцендентност е (четвъртата) гаранция на „модерната конституция“ (Latour 1991: 56-59). Бихме го перифразирали в нашия контекст така: трансцендентността на безкрайността е гарантът на двуполусната епистема, пораждана от истината – *adaequatio*. Току-що за пореден път можахме да видим как.

Новото питагорейство няма нужда да отхвърли Бога, а само неговата трансцендентност, т.е. да се насочи към неговото познание: след философията и теологията да стане строга наука. Но познанието на Бога е невъзможно в класическата епистема, фундирана именно в неговата трансцендентност, следователно непозна-

---

<sup>21</sup> Законът е отдавна и широко известен в множество форми, показващи много тесни „фамилни прилики“.

ваемост. Самото поставяне на въпросите за познанието на Бога, на първо място как е възможно или съвсем по кантиански, в каква човешка способност, неминуемо води не до разрушаването на класическата епистема и погребението на истината като *adaequatio*, но преди всичко до съзидателното ми, всетворящо преобразуване в нови не просто форми и дори не само битие, а до нова епоха в „историята на битието“, с термина на Хайдегер.

Новата епоха в „историята на битието“ е тъкмо вече самата „история като битие“, или ако се използва термин, съответен на Хайдегеровата „фундаментална онтология“ (Heidegger 1977: 15-20 [§ 4]) – „фундаменталната история“ (Пенчев 2008: 98-133). Тогава и въплътената тук цялост, *Dasein*, ще има двойник – „*Dazeit*“, грубо казано, вечност, която се реализира в момента (Пенчев 2008: 113-118). В контекста, можем да се ограничим до общата същност на абстракция, измерване и случване, както и да набележим перспективата за тълкуване на историческия процес (обща теория на историческия процес) чрез формализма на квантовата механика и информация, също и в парадигмата на „разума в историята“. И в трите случая става дума за забрана на вариацията на някои възможности в една по-голяма съвкупност от възможности, което може да се онагледява или представи чрез проекционен оператор в някакво векторно пространство, каквото е хилбертовото.

### III. НОВАТА ПАРАДИГМА

#### 29. „Скритите параметри“

Всъщност това е революционната идея на фон Нойман (Neumann 1932: 130-134) за отъждествяване на пропозиции относно квантова система с проекционни оператори в Хилбертово пространство. Доколкото чрез последното може да се представи – с помощта на общоприетото днес физическо тълкувание на  $\Psi$ -функцията, предложено от Макс Борн (Born 1927D; 1927P; 1926; Born, Fock 1928; Born 1954) – и обективната вероятност, по-специално разпределението на вероятността да се измерят различни стойности на една квантовомеханична величина, то хилбертовото пространство се оказва „философският камък“, който може да замени безкрайността от класическата епистема като посредник между – или точката на сливане между – субективната и обективната вероятност, за да може да съвпадне числото, приписвано на едно твърдение (относно квантовата система), т.е. субективна вероятност, с числото, което е резултат от експерименти и показващо в колко случая от тях се наблюдава дадена стойност на определена величина. Тъкмо поради съпадението на субективна и обективна вероятност в единичен или краен брой опити, ще се използва специален термин, „квантова вероятност“.

Преди да преминем към по-детайлно обсъждане на подхода на фон Нойман за квантова пропозиция, се налага да изясним, особено в нашия контекст, понятието за „скрит параметър“ („скрита променлива“ ще бъде синоним), изиграло ролята на крайъгълен камък, или дори на „препъни-камък“, в дебата около основите на квантовата механика<sup>22</sup>, ролята и осмислянето на случайността в нея, превърнали се в глобален културен факт в нашето съвремие чрез прочутата фраза на Айнщайн в писмо до Макс Борн: не вярвам Господ да играе на зарове. Решаващо ще бъде да уточним връзката на случайността – а в перспектива и на ‘сложността’ – с ‘квантовата вероятност’, със съпадението на субективна и обективна вероятност в единичен опит, за което и ще ни помогнат “скритите параметри”.

Основание те се допуснат в квантовата механика е, че половината координати в конфигурационното пространство винаги остават неизвестни в сравнение с класическата механика според съотношението за неопределеност на Хайзенберг (напр. von Neumann 1932: 107-108). Тогава изглежда сякаш естествено да се предположи,

---

<sup>22</sup> Специфичният ракурс на необходимото ни разглеждане съм изяснил в предишна работа: Пенчев 2009: 34-50.

че квантовата механика не е пълна и вероятностите в нея са всъщност статистика на тези отсъстващи в описанието и затова „скрити параметри“.

Но има и по-дълбока причина, доколкото произтича от самата класическа двуполюсна епистема: вероятността във физиката, тъй като тя е обективна наука, трябва винаги да е обективна, т.е. тя винаги може да се представи като – понеже произхожда от – статистиката на елементите на някакво достатъчно обширно множество. Ако се използва като евристичен, такъв принцип изисква зад квантовите вероятности необходимо да се открие това именно множество, статистика на чиито илемени те се явяват.

Нещо повече, в превърналата се вече в нарицателно име статия на Айнщайн, Подолски и Розен (Einstein, Podolsky, Rosen 1935) се показва, че от отсъствието на скрити параметри в квантовата механика следва особено „действие“ на разстояние, сдвойването (entanglement), изразяващо се в ограничаването степените на свобода на отдалечен микрообект. Неговото емпирично потвърждаване породи дисциплината квантовата информация в качеството на своеобразно, имплицитно присъствало обобщение на квантовата механика.

В концептуален план то предполага субстанционализиране на вероятностите, което явно противоречи и на полюса на обективната вероятност и чрез това – и на самата двуполюсна познавателна схема, поне що се отнася до нейното приложение в квантовата механика и информация.

Наистина, хипотезата за „скритите параметри“, която изисква *всяка вероятност във физиката да е статистика на нещо*, влече, че именно това нещо е субстанцията, а вероятността е само свойство на достатъчно голямо количество от такова нещо.

Заради класическата епистема и вторично поражданото от нея съответствие на субективната с обективната вероятност, обсъждахме първата по модела на втората, а именно като някаква статистическа съвкупност, различаваща се от обективната само по естеството на своите елементи: за субективната – експертни становища, както пък за обективната – опити.

По самата си природа, обаче, обективната, респ. субективната вероятност не изисква необходимо тази интерпретация (тя беше привнесена тъкмо вторично, заради симетрия със и от обективната вероятност), тъй като остава валидна и за едно единствено мнение, което е спорно дали може да се твърди за един единствен опит, що се отнася до обективната вероятност:

Всъщност при опита за отговор на този въпрос отново бихме се сблъскали с един типичен философски, а и метаматематически, следователно също така логико-математически проблем, а именно: остава ли даден обект тъждествен на себе си, ако неговият контекст се промени. Вече сме поставили и обсъждали този въпрос в друга връзка (Пенчев 2009: 208 и сл.). Спецификата в конкретния случай идва от това, че, първо, вероятността е свързана с понятието за избор (по-подробно, Пенчев 2009: 60-63) и „изборът“ „между“ едно единствено събитие изисква специално обсъждане, ако изобщо се допусне, и второ, какъв е статутът на още неосъществени опити, напр. отложени за бъдещето. Ако се върнем към концептуалната рамка на класическата аксиоматика на Колмогоров (Kolmogorov 1933, § 1, особ. аксиома III), това ще рече как да тълкуваме (елементарните) събития: като действително случили се (в миналото и настоящето) или като можещи потенциално да се случат в бъдещето. Засега ще се ограничим само с поставянето на тези въпроси. Те обаче, разбира се, биха задали по-широк контекст на – както и на самия проблем за – отношението на субективна и обективна вероятност.

Би ни се наложило да използваме своеобразен оксиморон, „обективна субективна вероятност“, ако продължавахме да се придържаме към двуполусната познавателна схема, каквато би следвало да приписваме на особения елемент на едно множество – то самото. Действително, доколкото става дума за единичност, то не може да му се приписва обективна вероятност, но доколкото съответства на цялото множество, на неговата цялост, тя не може и да е субективна, в смисъла на произволно отклоняваща се от реалното положение на нещата: напротив, съвпада с него. За такава ситуация, макар и принудени или вдъхновени от квантовата механика, малко по-горе въведохме понятието „квантова вероятност“, подразбирайки именно обективна вероятност на единично събитие.

Току-що направеният анализ обаче ни позволи да открием зад квантовата вероятност „спотайващ“ се особения елемент на множество, то самото, неговата цялост. Поради усилията на множество изследователи, водещи начало от основополагащите физически и философски работи на Шрьодингер (напр. Schrödinger 1935 и мн. др.), днес твърдението за холистичния характер на квантовата механика се е превърнало в трузъм, но и в някаква „мантра“ без ясен смисъл. Под „холистичния характер на квантовата механика“ ще имаме предвид нещо прецизно формулирано: необходимостта да се постулира съществуването на особения елемент, цялостта за



всяко множество от квантови елементи и в определен чрез това смисъл неявно ще въведем и използваме термина „квантово множество“.

### **30. Квантовите пропозиции по фон Нойман**

По-рано в изложението имаме възможност да покажем, че квантовите вероятност или множество неизбежно ще имплицират – чрез посредничеството на особения елемент на множество – новото питагорейство, скрита изначална числовост на света, за да могат да бъдат осмислени.

Очевидно е вече, освен това, че те са несъвместими с хипотезата за „скрити параметри“. Този резултат е получен чрез извод от някои предпоставки на квантовата механика също от фон Нойман (Neumann 1932: 167-170) и известен като теорема за отсъствие на скрити параметри в квантовата механика. Неговата работа ни дава естествения контекст да разгледаме тълкуването на теоремата във връзка с въведеното пак от него и пак в нея (Neumann 1932: 170-174) интерпретиране на проекционните оператори в хилбертовото пространство като съждения относно квантов обект (система):

Същността на проекционния оператор във всяко пространство, в т.ч. и в хилбертовото е тази, че стойностите по част от измеренията се забраняват, като се фиксират и при това обикновено конвенционално се приемат за нула. Това ни дава ключа за аналогията с понятието за множество: всеки негов елемент може да се представи като съответна поредна проекция върху подходящо избрано семейство от хиперравнини в (хилбертовото) пространство. Особеният елемент лесно се дефинира като ортогоналната проекция, която е и с най-малката възможна дължина.

Виждаме, че така математически се моделира освен 'пропозиция за квантова система' също и 'абстракцията', 'измерването', 'историческото случване на събитие', а сега искаме да подчертаем и 'инвариантността' (напр. на физическите закони). Общото за всички тях, както и за проекционния оператор, е ограничаването степените на свобода, което става като част от тях се фиксират или се отъждествяват в клас на еквивалентност. Според традицията на познанието, в този абзац използвахме отново двуполусната схема, този път като 'модел и реалност'.

Всъщност обаче следва да мислим т. нар. математически модел на проекционния оператор, като същност, като особения елемент на множество от понятия от различни дисциплини, т.е. на своеобразно мета-понятие или по-добре, категориално понятие, може просто „категория“, като конотациите с понятията за категория във

философията и особено в математиката, в теорията на категориите не са само добре дошли, но и съзнателно търсени.

Понятието за проекционния оператор следва да се самоприложи, за да обособи себе си и така да покаже математиката като особения елемент на света, в частност – математическия „модел“ на всяка категория, мислена било то философски, било то математически, било то като съвкупност на понятия от различни дисциплини с обща същност.

Сега ще се върнем към образа, който ни задава квантовата механика, за да осмислим връзката между обективна и субективна вероятност, която се влита в същността на 'квантова вероятност'. Първо ще предложим наготово извода, като своеобразна теорема, а после ще проследим пътя, по който се достига до него, подобно на едно математическо доказателство:

Квадратът на вероятността да се измери дадена стойност на величина в дадена квантова система е пропорционален на сумата от квадрата на неограничените и от квадрата на ограничените при измерването степени на свобода. С други думи, колкото са повече неограничените и колкото повече са ограничените степени, толкова по-голяма е вероятността да бъде измерена тъкмо тази стойност. Тъй като двата фактора – неограничените и ограничените степени на свобода – се движат в противоположни посоки, то винаги ще има една стойност, чиято вероятност да бъде измерена е максимална, а разпределението на вероятността за измерване на различните стойности на величината ще очертава характерната камбановидна крива. Нещо повече, ако ги приемем като стойности на случайна величина, то  $\Psi$ -функцията на квантовата система, в която се измерва величината, може да се представи просто чрез характеристичната функция на тази величина, разгледана като случайна. Това следва почти непосредствено от подхода на Бартлет (Bartlett 1945).

Ако използваме подхода на многосветовата интерпретация на квантовата механика, можем да мислим „ограничените степени на свобода“ като 'световете, в които тази величина не може да се измери', но алтернативно и като 'световете, в които има точно тази стойност'. Очевидно, в първия случай ограничените степени на свобода биха били едни същи за всички измерими стойности на величината и той би изразявал „гледната точка на уреда“, а във втория – характерни за всяка конкретно измерена стойност и съответно, „гледната точка на квантовия обект“. Нашата обща цел, разбира се, не би могла да бъде открием „хитрия“ начин да се възстанови дву-

полюсният модел в квантовата механика чрез подходящо преименуване на полюсите, напр. уред и квантов обект, или вълна и частица, което подсказва, че би трябвало да се търсят условията за съвпадение на наблюдаваните стойности на вероятността при двата подхода. Ще оставим обсъждането на разликите, предпоставките и предполагаемите експериментални ефекти между тях за бъдеща публикация.

Нека само разсеem едно на пръв поглед парадоксално следствие: вероятността да се измери величина, която не се наблюдава в нито един възможен свят е единица. Тъй като обаче е абсолютно ненаблюдаема, нейната стойност трябва се приеме за нулева и математическото очакване за нея е също нулево, следователно и приносът в общото математическо очакване „по всички светове“ е също нулев. Тази илюстрация е само краен израз на неоправданите страхове от положителния принос в общата вероятност от количеството светове, в които величината не се наблюдава, фигуративния казано от положителния принос на нейното отсъствие в нейното присъствие.

Те произтичат от едно общо заблуждение за начина на съотнасяне на математическото очакване на благоприятните и неблагоприятните алтернативи. Дефинирахме обективната вероятност като отношение на благоприятните към всички, следователно към сумата от благоприятните и неблагоприятните алтернативи.

Обаче математическото очакване на едновременното реализиране на благоприятна и неблагоприятна алтернатива (поне ако е валиден логическият закон за непротиворечието) е нула, т.е. тези две математически очаквания трябва да се приемат като ортогонални, докато самият им брой – на благоприятните и на неблагоприятните алтернативи – остава „колинеарен“. Приносът на ограничените степени на свобода, респ. на „невъзможните светове“ за реализираната възможност произтича именно от ортогоналността на математическото очакване на 'възможно' и 'невъзможно': т.е. от приемането, че всяко нещо е или възможно, или невъзможно във всеки конкретен свят.

Сега да проследим пътя на разсъждение, чрез който се достига до горната „теорема“:

Според стандартното определение на величина в квантовата механика, то тя се разбира като математическото очакване за нея, а хипермаксималният оператор, който се асоциира еднозначно с нея, представлява тъкмо каталога от стойности, който тя може да приеме. Произведението от вълновата функция и нейната спрегната

та след неговото нормиране дава тъкмо вероятността да се измери съответната стойност (т.е. пред едноименния член на базиса) от „каталога“ на оператора. С други думи, сведохме въпроса до направената вече по-горе интерпретация на реалната и имажинерната част на всеки адитивен член на  $\Psi$ -функцията съответно като математическото очакване на благоприятните и неблагоприятните алтернативи. С това кръгът на доказателството се затвори.

Можем вече да навлезем в конкретния механизъм, чрез който се реализира наглед странното съвпадение на субективната и обективната вероятност в квантовата. Ключова е интерпретацията и доказателството на фон Нойман на проекционните сждения като оператори. След нея субективната и обективната вероятност се оказват въввлечени в един и същ правоъгълен триъгълник за всяка възможна стойност на величината (компонент на хипермаксималния оператор). В него субективната вероятност е представена чрез хипотенузата и единия катет (компонентът на проекционния оператор), а обективната – чрез двата катета. Съпадението произтича именно от това, че се отнасят към един и същи триъгълник. Оставаше само да изтълкуваме катетите като ортогоналните очаквания за благоприятните и неблагоприятните алтернативи на дадено събитие (измерване).

### 31. Приносът на небитието

Преминаването от количеството неблагоприятни алтернативи към математическото очакване за тях и ортогоналността му спрямо това на благоприятните ни наведе на необикновената философска идея за позитивния принос на небитието към битието. Само по себе си то не допринася, но съчетано с битието води до твърде същественото му увеличаване. Подходяща алузия, и то по същество, е към възгледа на Гадамер за прираста на битие в образа (Gadamer 1960: 133-134).

В областта на теорията на вероятностите пример дава начина на въвеждане на субективна вероятност от Финети като обзалагане между алтернативите за настъпване или не на събитие (de Finetti 1937: 27-28). В математическото очакване за печалба от облога на независимо от коя от двете залагащи страни принос има и загубилата. Доколко физическа величина в квантовата механика се дефинира именно като математическо очакване, принос към нейната стойност имат и нереализираните се в конкретното измерване алтернативни стойности, които са с нунулева вероятност.

В нашия контекст тази идея следва да се отнесе към целостта, респ. към холистичния стожер на квантовата механика. Тъкмо съотнасянето на целостта с нейното обкръжение води до „прираст на битие“ в целостта, след което тя се оказва повече от сума на своите части. Обкръжението се включва като нов тип, нестандартни части на изследваната цялост, чрез което тя придобива статут на тоталност по един парадоксален начин, запазвайки своята ограниченост и в този смисъл крайност. Подходящ е философският модел на екзистенциала *Dasein* като тук-битие, в смисъла на тоталност, възплътена в целостта на една ограниченост. Същия прираст на битие и произтичаща от това неадитивност както на стандартните, така и на обобщените, включващи нестандартните, части откриваме в явленията на сдвояване, обект на дисциплината квантова информация. Като фундаментално основание на всички тези необикновени ефекти можем вече да посочим небитието в качеството на равноправно начало на тоталността. Можем също да проследим, че двуполусната опозиция 'битие – небитие' се е преобразувала в тяхното сътрудничество за общо дело, но в качеството на такова встъпва само това на битието.

Все пак бихме могли донякъде да примирим квантовите и класическите статистически възгледи, ако разгледаме статистически ансамбъл, респ. множество, но от необичайни елементи, каквито са времевите моменти или стойности на физическа величина в различни моменти. Смуцаващото при тях е, че актуално е даден винаги само един от тях, което позволява той да бъде приравнен с „особения елемент на множество“, изискван от нас. Това приравняване всъщност е известно във философията, представлявайки отъждествяване на настоящето с времева тоталност, в качеството на каквато обикновено се разглежда вечността. Бихме могли да подчертаем възгледите на Асен Игнатов (1999: 260-264) и в такава връзка тези наа цитираните от последния Бердяев и Хайдегер. Бихме могли да обобщим, че отнесено към единосъщата му вечност, настоящето участва като *Dazeit* в смисъла на тук-вечност, т.е. възплътена в настоящето тоталност на времето. Времето се разпростира по-нататък като конкретния начин на сътрудничество на битие и небитие.

### **32. Усилена аксиомата за избора**

Да обърнем внимание на връзката на нашите разсъждения с една усилена версия на аксиомата за избора. Аксиомата за избора сама по себе си гарантира, че

от безкрайно многото възможни стойности на величината (по-точно, мощността на множеството от тях е равна на мощността на базиса на хилбертовото пространство) може да се избере една, която и се оказва измерената стойност.

В случая изборът, осъществен по силата на аксиомата, е случаен. Това произтича от характера на *чисто съществуване* на стойност, която да може да се измери, гарантирано от аксиомата. Следва да се подчертае, че именно поради това аксиомата не гарантира, че при повторен избор, може да се повтори точно същия елемент.

Но да приемем, че тъкмо това усилено изискване е валидно, и то при обичайно използваното хилбертово пространство с изброим базис.

Тъй като, ако изборът може да се повтори, следва, че може да се осъществи произволен краен брой пъти, то това е еквивалентно на съществуването на алгоритъм, който да извършва по еднозначен начин избор на един елемент измежду изброимо безкрайно много. Колко стъпки трябва да има този алгоритъм? Ако за определеност приемем, че на всяка стъпка, като се тръгне от безкрайната съвкупност, избраната съвкупност съдържа половината елементи от изходната, то мощността на множеството от стъпките на алгоритъма би била такава, че мощността на множеството от всички негови подмножества трябва да е изброима. Но каква е тази мощност? Първо, тя е строго по-малка от изброима, тъй като множеството от подмножествата на всяко множество е с мощност по-висока от тази на изходното. Второ, тя не може да е крайна, тъй като мощността на множеството от подмножествата на крайно множество е също крайна. Тогава се оказва, че търсената мощност е по-голяма от всяка крайна, но строго по-малка от изброима. За такава мощност ще използваме термина некрайна.

Да обобщим: само алгоритъм с некраен брой стъпки (некраен алгоритъм) може да избере точно определен или предварително зададен елемент от изброимо безкрайно множество. Очевидно избраният по алгоритъм елемент не може да се нарече избран случайно, а избран изключително, а именно некрайно (но не безкрайно!) сложно.

Следователно, при обичайна формулировка на аксиомата за избора и чисто съществуване на избрания елемент, изборът е случаен, но при усилената формулировка и конструктивен избор, той е (некрайно) сложен. Тук се натъкваме за първи път в настоящата работа на прекалената близост или по-скоро условната

разлика, на плавния преход между 'случайност' и 'сложност', на която за първи път обръщат внимание Колмогоров (1969: 6)<sup>23</sup> и Пер Мартин-Льоф (Мартин-Лёф 1966; Martin-Löf 1966A: 3.1 и следв., особ. 3.7-3.14; 1966D), включително и за безкрайни последователности (Martin-Löf 1966A: 4.1-4.16; 1966D: 608-612). По този начин Колмогоровото понятие за сложност е в състояние да прехвърли мост между класическите детерминистични теории (и изобщо детерминизма и каузалността, вече във философски план) и хаоса, нестабилността, непредсказуемостта и вероятността на единично събитие в техен контекст (напр. Vitanyi 2007).

Едно безкрайно интелигентно същество, като каквото обикновено се постулира Бог, би си служило с толкова сложни средства, че те биха се представяли на всяко крайно същество, подобно на човека, като случайни. Така нареченото Провидение би следвало да може да се разгледа като достатъчно (напр. некрайно) сложен алгоритъм. В рамките на шегата, неприемането на квантовата механика от Айнщайн на основание, че Бог не може да играе на зарове, следва да се сHEME, тъй като това е само привидно хазарт, а всъщност става дума за изключително (най-малкото некрайно) сложен алгоритъм и следователно – висша рационалност. Съответно явленията, които тя изучава не са индетерминистични, а изключително сложно детерминистични по начин, който не допуска съществуване на скрити параметри. Те могат да бъдат разглеждани като своеобразен изчислителен процес, осъществяван чрез особен математически модел, с квантов компютър.

### 33. Машина на Тюринг и квантов компютър

На такава основа лесно можем да покажем, че квантовият компютър не може да е машина на Тюринг<sup>24</sup>. В неговия модел битът се замества с кюбит,

<sup>23</sup> Обзор на концепцията на Колмогоров в редица негови работи се съдържа напр. в: Durand, Zvonkin 2007, а във връзка с понятието за информация и за случайност – напр. в Звонкин, Левин 1970.

<sup>24</sup> Моделът на изчисление на число, днес наричан машина на Тюринг и всъщност разбираан общоно като модел на произволно изчисление, е описан в класическата му работа така: „Можем да сравним човек в процеса на изчисление на реално число с машина, която е единствено способна на краен брой състояния  $q_1, q_2, \dots, q_R$ , които ще бъдат наричани „m-конфигурации“. Машината е снабдена с „лента“ (аналог на хартията), преминаваща през нея, и разделена на части (наричани „клетки“), всяка в състояние да носи „символ“. Във всеки момент има точно една клетка, да речем  $g$ -тата, носеща символа  $\Theta(g)$ , който е „в машината“. Тази клетка можем да наречем „сканираната клетка“. Символът върху сканираната клетка може да се нарече „сканирания символ“. „Сканираният символ“ е единственият, който машината, така да се каже, „пряко осъзнава“. Обаче, чрез промяна на нейната m-конфигурация машината може по същество да запомни някои от символите,

представляващ произволна, но точно една точка от единичната сфера<sup>25</sup>. Тогава изборът на една от нея, според направеното обсъждане, не може да се направи с краен алгоритъм и следователно от машина на Тюринг с краен номер<sup>26</sup>. Ако обаче изборът се осъществява с произволна предварително зададена точност, то той е възможен за машина на Тюринг (с краен номер).

Тъй като обичайно в квантовата механика се използва хилбертово пространство с изброим базис, тогава то – и поради това и квантовият компютър – може да се представи като изброима съвкупност от кубитове, а всеки един от тях като машина на Тюринг с безкраен номер<sup>27</sup>, в крайна сметка като изброима съвкупност от изброими съвкупности, за която е известно, че сама е изброима. Изборът на произволен негов елемент може да се осъществи с некраен алгоритъм. Това положение на нещата може да се представи кратко (но поради това и донякъде неточно) чрез твърдението, че един кубит съдържа некрайно количество битове. Оказва се, че хилбертовото пространство, поне това с изброим базис може да се представи като един единствен кубит и заедно с това като безкрайна наредена съвкупност от кубитове. Тази необикновена еквивалентност е заложена още като следствие от неусилената формулировка на аксиомата за избора, според теоремата известна като парадокс на Банах – Тарски (Banach, Tarski 1924: 244).

---

които е „видяла“ (сканирала) преди това. Възможното поведение на машината във всеки момент се определя от  $m$ -конфигурацията  $q_n$  и сканирания символ  $\mathcal{S}(r)$ . Тази двойка  $q_n, \mathcal{S}(r)$  ще бъде наричана „конфигурация“: следователно конфигурацията определя възможното поведение на машината. В някои от конфигурациите, в които сканираната клетка е празна, (т.е. не носи символ), машината изписва нов символ върху сканираната клетка: в други конфигурации тя заличава сканирания символ. Машината може също да сменя клетката, която се сканира, но само измествайки я една позиция надясно или наляво. В добавка към всяка от тези операции  $m$ -конфигурацията може да се сменя. Някои от символите, които са изписани, ще образуват последователност от сивмоли, която е десетичната за реалното число, което се изчислява. Другите са само бележки в чернова да „помагат на паметта“. Именно тези бележки в чернова ще подлежат на изтриване. Моята отстоявана позиция е, че тези операции включват всички, които се използват при изчисляване на число“ (Turing 1937: 231-232).

<sup>25</sup> Моделът на квантовия компютър е обсъден в: Пенчев 2005.

<sup>26</sup> Машините на Тюринг с краен номер обикновено се отъждествяват с ‘машина на Тюринг’: това е фиксирано в определението, което дава самия Тюринг (Turing 1937: 231-232) и цитирано в предишна бележка. Номерът на машината на Тюринг е цяло число, което се присъединява едно-еднозначно на наредената съвкупност от конфигурации, през които преминава машината на Тюринг до приключване на работа, т.е. еквивалентно – на резултата и алгоритъма, по който е получен.

<sup>27</sup> За начина на определяне на машина с безкраен номер, напр. – Hamkins, Lewis 2000 или Welch 2000.



### 34. Сложност по Колмогоров

Време е да преминем към концепцията на Колмогоров за условна ентропия чрез сложност (Колмогоров 1965: 8-11; 1969), за да експлицираме заложената косвено и неявно в техния подход възможност (Martin-Löf 1966D: 612-614) – за вероятност чрез сложност. За целта трябва да разпрострем достатъчно широко, а именно математически, физически и философски, идеята за кодиране, чието значение вече наметнахме чрез съпоставяне на стандартната и усилената версия на аксиомата за избора и произтичащото от това тълкуване на случайността като сложност на някакъв необичаен алгоритъм, който можем да наречем некраен или квантов.

Идеята за кодиране предполага, че най-малкото някои неща, ако не и всички, могат да бъдат еквивалентно заменени или допълнени чрез някакъв алгоритъм, по който могат да бъдат получени по еднозначен начин от нещо друго или от тоталността, прието или приета като дадени предварително. Алгоритъмът в крайна сметка представлява някаква поредица от числа и ако в качеството на такива се вземат най-простите възможни, двоичните, той се оказва поредица от битове или машина на Тюринг, като числото, записано чрез тази поредица, е нейният номер. Може да поставим за обмисляне хипотезата дали този номер, т.е. това число, не е истинното число по отношение на изходния обект или ако като такава е приета Тоталността, дали Числото не е Името на нещото.

Идеята за кодиране може и следва да се обобщи посредством понятията за квантов алгоритъм, квантов компютър вместо машина на Тюринг, квантов бит, или кюбит, вместо бит. За целта в случая ще използваме обобщаване на понятието за представяне на число в бройна система (Пенчев 2009: 220 и сл.). Трябва да покажем начин, по който  $\Psi$ -функцията да се интерпретира като число в бройна система с основа или еквивалентно – с основа кюбит. В първия случай основата е безкрайна и неограничена, а цифрите са комплексните коефициенти на  $\Psi$ -функцията, респективно поредните компоненти на съответния безкрайно-мерен вектор. Във втория е ограничена до единичната сфера, както изоморфно може да се представи всеки кюбит, съответно „цифрите“ по модул са ограничени в същата рамка и представляват кватерниони, т.е. наредената двойка от двата комплексни коефициента на кюбита, и непосредствено могат да бъдат асоциирани с инерциална отправна система във време-пространството. С това се завръщаме отново към

метафората за време-пространството като „touch-screen“ „екрана“ на вселенски квантов компютър, в чийто „процесор“ се обработват не двоични числа, а  $\Psi$ -функции. Тази метафора ни помага да осъзнаем кодирането и като естественото програмиране или по-точно, да осъзнаем естествения ход на програмата, който декодира пресметнатото число като образ на екрана – време-пространство.

Очевидно квантовият компютър или квантовият алгоритъм ще са такива, които обработват обобщените числа, т.е.  $\Psi$ -функции. Видяхме вече, че те могат да бъдат интерпретирани като машина на Тюринг с поне некраен номер. Това ще позволи всички резултати относно дефиниране на вероятност чрез сложност на двоични алгоритми да бъдат прехвърлени поне концептуално за кубитови.

Всъщност ние ще въведем понятие за вероятност чрез сложност опосредствано, а именно чрез това за условна ентропия чрез сложност на основата на условна ентропия на обекта, от чиято вероятност се интересуваме, спрямо някаква сложна тоталност, която включва въпросния обект.

Добре е първо да изясним понятието за условна ентропия, въведено обичайно, при което вероятността е не производното, а изходното понятие.

Една от най-ясните мотивации за въвеждане на понятие за (информационна) ентропия е нейната адитивност спрямо частите, за разлика от вероятността (Shannon 1948)<sup>28</sup>. Така ентропията е може би най-простата също безразмерна величина, базирана изключително на вероятности, която е адитивна спрямо всяко възможно разделяне на части. Оказва се, че тя имплицира въвеждане на понятие за сложност като броя двоични или други разряди, необходими за кодиране на реципрочната стойност на вероятността. С други думи, това е дължината на най-късия възможен алгоритъм, който може да избере частта с тази вероятност сред всички.

Ентропията се дефинира като сумата (интеграла) от произведения на вероятност по сложност за всяка част при произволно разделяне на части, в т.ч. и ако „частта“ е една единствена и съпада с цялото. И така, сложността е онова производно от вероятност понятие, което я допълва по начин да я направи независима от конкретното разделяне на части и следователно ще характеризира само цялото независимо от конвенцията, по която са определени частите му. Освен това понятието за ентропия е еднакво за субективна и обективна вероятност, дори и

---

<sup>28</sup> Вж. също напр. – Renyi 1961 .

за всяка комбинация. Тя изисква единствено при всяко разделяне (или поне при обсъжданите) на всяка част, било тя пропозиция или физическо събитие да се приписва число в затворения интервал нула и единица, така че сумата от приписаните числа на всяка част да е единица. Същественото е, че на всяко нещо от цялото се приписва число, а поставеното в курсив допълнение може с подходящи обобщения да изчезне, а числото да е комплексно или дори – елемент на още по-слаба математическа структура.

Виждаме, че понятието за ентропия представя достатъчно добре и синтезира питагорейската есенция от понятието за квантова вероятност.

Условната ентропия е съвместна, но асиметрична ентропия на две събития (части), която се определя като ентропията на  $A$  при условие, че е налице (настъпило е)  $B$ . Тя зависи от вероятността на  $A$  и вероятността за съвместното настъпване на  $A$  и  $B$ . Ако в качеството на  $B$  се разгледа самото събитие  $A$ , т.е. условната ентропия на едно събитие спрямо самото себе си, то тя е равна на неговата сложност, но с отрицателен знак, и оттук лесно се определя неговата вероятност.

Следва да обсъдим този необичаен начин за определяне на вероятност чрез условна ентропия посредством сложност. Определихме по-горе сложността косвено, чрез вероятност, като се предполагаше някаква универсална съвкупност, от която нашия елемент може да се избере чрез алгоритъм, ако притежава тази вероятност. За да не изпаднем в порочен кръг, сега се нуждаем от друга дефиниция на сложност, която не се позовава на универсална съвкупност и на вероятност, за да можем на нейна основа да определим вероятност на свой ред коректно.

Това е дължината на алгоритъма, който може да създаде интересувашото ни събитие чрез най-малък брой стъпки или от даден изходен елемент (който принадлежи на имплицирания от това универсална съвкупност) или от „нищото“. Във втория случай можем да говорим за абсолютна сложност, асоциирана със събитието и едно абсолютно число, което може да се асоциира с него. Очевидно собствено питагорейски ще е такъв подход.

Сложността, дефинирана по всеки от двата начина, а именно относително (спрямо съвкупност или изходен елемент) или абсолютно, е напълно независима и следователно различна от другата. Но получената на основата на абсолютната сложност вероятност също можем да наречем абсолютна, тя се отнася по необходим

начин към събитието и няма отношение, следователно и не зависи от избора на генерална съвкупност (както при обективната вероятност) или от избора на пропозиция (както при субективната).

Естествена е хипотезата да отъждествим тази абсолютна вероятност, получена чрез абсолютната сложност, с квантовата вероятност. Тогава квантовата вероятност е число, което необходимо се асоциира с квантовия обект, независимо от всяко и поради това конвенционално отнасяне към някоя генерална съвкупност. От друга страна, за да можем да съвместяваме при нужда двата подхода, можем да положим, че така изчислената абсолютна вероятност е спрямо една хипотетична уникална съвкупност, която ще предполагаме, че включва всяка друга генерална съвкупност и която ще се условим да наричаме тоталност според традицията, установена във философията.

Сега, на основата на абсолютните сложност и вероятност и поради адитивността на ентропията, можем отново да възстановим една вече абсолютна ентропия за произволно множество.

Можем да проследим как заради адитивността ентропията въвежда сложността като характеристика на кодирането и чрез това – самото кодиране. Последното играе ролята на своеобразна проекция на състоянието на нещата. Ако се върнем към философските интенции на двуполусната схема и на нейното преодоляване чрез понятието за феномен във феноменологията, то можем да видим конкретния начин, по който се реализира в понятието за ентропия. Това става чрез производението на вероятност по сложност, в което 'реалността' и кодирането ('дискурса') не са противопоставени, а са еднакво представени.

По-нататък, от абсолютните сложност, вероятност и ентропия и чрез понятието за условна ентропия, може да ги възстановим за всеки ансамбъл, като чрез условната вероятност (условната сложност) на всеки един елемент от него видим как се е проектирал в абсолютните, и оттука го възстановим обратно поради еднозначността на проектирането. Проекцията е функция на проектираното, но обратното не е вярно, поради което се нуждаем от втори параметър, начина на проектиране, който съответства на „приноса на небитието“ в разглеждането по-горе. Заедно с това се въвежда очевидно и един привилегирован свят, в който приноса на небитието е нулев, светът на чисто битие или „идеи“, но той не е противопоставен и разделен с пропаст от реалните както в класическата епистема, а един особен,

играещ роля на (абсолютна) отправна система. Всъщност всеки един и от останалите, „реалните“ може да играе тази роля, но с това се постулира изкривяване на пространството, в което се извършва проекция и оттук действието на някаква информационна „сила“. Най-сетне, можем да предположим и променлива геометрия на пространството, поради което „абсолютната отправна система“ ще се движи по някаква траектория под действието на тази информационна „сила“, ако тя е променлива.

Обсъждането на проекция естествено ни въвежда в своя „свят на чисто битие“, чиято идея може най-просто да се реализира чрез векторно пространство с дефинирано скаларно произведение: условия, удовлетворявани от хилбертовото.

Нека сега погледнем на подхода на Колмогоров за въвеждане на вероятност чрез сложност (Колмогоров 1969) през призмата не на неговата предходна работа по аксиоматизиране на теорията на вероятността (Kolmogorov 1933), а чрез тези на Кокс (Cox 1946, 1961). Забелязва се, че и Кокс и Колмогоров дават определение чрез отношение съответно като условна вероятност и като условна ентропия, които могат да са разгледат като обобщение на „условната вероятност“. Съществената разлика в нашия контекст се състои в това, че докато Колмогоров обосновава една единствена сложност, към която сложността на конкретните алгоритми клони (Колмогоров 1965: 8), то Кокс търси инвариантност спрямо всяко отношение (като той ограничава отношенията до функциите).

### **35. Сложност и случайност**

Съпоставянето на тези два подхода е във висша степен поучително що се отнася до нашата кюбитова парадигма и дуално (холистично) питагорейство. По подхода на Колмогоров двата полюса на епистемата се стремят един към друг, за да се постигне числото като сложност (една единствена = „обективна“), при което – според обичайното разбиране за математическа граница в анализа – единият е неподвижен (идеалният, точната стойност на границата), а другият „пърха“ неотвратимо притеглен към или около него (реалният, множеството наредени стойности на редицата). Тъкмо в духа на класическата епистема съвпадение е възможно едва в безкрайността. В „кюбитова парадигма“, обаче, недостижимият поради безкрайността преход се трансформира в ... минималната „площ“ на отношението между двата полюса, гарантирана от съотношението за неопределеност, т.е. в изначална двуизмерност. Следва да се подчертае особената

важност на забелязващата се включеност или еквивалентност между безкрайността, и по-точно на отношението между потенциална и актуална безкрайност, от една страна, и квантовостта, дискретността на движението (функцията, морфзима), случайността, от друга.

Но как ще изглежда парадигмата ни по Кокс?

Ние търсим инвариантност в рамките на една конкретна двуполюсност, например функцията, която свързва дадена величина с нейната числова стойност, или конкретното бинарно отношение в математически смисъл (подмножество на декартовото произведение, чието винаги съществуване изисква или е еквивалентно на аксиомата на избора), напр. между „обект“ и „субект“. Но също така бихме могли да обсъждаме инвариантност спрямо всяка двуполюсност.

Получаваме алтернативен подход към питагорейството, при който числото е заместено с инвариантност спрямо отношението (в частност, функцията) между полюсите.

„Кюбитовата“ ни, холистична и „сферична“ парадигма веднага предлага наглед на тази учудваща, нетривиална и неочевидна еквивалентност на начините за формулиране на дуалистичното или холистичното питагорейството. То може да се дефинира локално като „почти“ съвпадението на полюсите, при което „почти“ е точно определено чрез константата на Планк, или глобално – чрез еквивалентността, „инвариантността“ на диаметрите на сферата и съответно на техните крайни точки. От съпоставянето на двуполюсната с кюбитовата епистема проличава как целостността е обобщение на безкрайността, в частност и напр. – представима чрез квантовата кохерентност.

Ако преминем към семиотичен или философски език, то абсолютният знак, в който означаващото и означаваното ще съвпадат или са едно и също, от една страна, Хусерловият или Хайдегеровият феномен, от друга, могат да запазят една Екова (Есо: 1989: 47; 67; 404) или по Мамардашвили (Мамардашвили, Пятигорский 1997: 54-55) недоизразимост, респ. Хайдегера (Heidegger 2006: 56, 59-60, 68-79; Donkel 1992: 18-87) или Деридова (Derrida 1972: 1-29; Donkel 1992: 89-141) „онтологична разлика“, която се оказва еквивалентна на инвариантността на всяко означаване или дори още по-общо – на всички знаци. Ако се върнем към класическия за феноменологията подход на Хусерл, това е аподиктичността или трансценденталността на феноменологията и феномена, съответно нейната критика,

видоизменяне и видова специфика, разгледана по отношение на картезианството или кантианството.

Да се завърнем към сложността по Колмогоров.

До този момент обсъждахме сложността като броя разряди за кодиране реципрочната стойност на числото на вероятността. Но реципрочната стойност на вероятността е естествено да се тълкува като случайност. Обратно, колкото по-вероятно е едно събитие, то толкова по-предсказуемо и по-неслучайно е то. Тогава следва, че сложността е броят разряди, необходими за кодиране числото на случайността. Сложността и случайността изразяват едно и също отношение между изходната и крайната позиция, но се различават по начина на достигане на последната от първата. При сложността се осъществява конструктивно, чрез алгоритъм, който в нашето разглеждане изрично не се ограничава финитистки, т.е. като краен. При случайността това става неконструктивно, с помощта на постулати от рода на аксиомата за избора, които гарантират чисто съществуване на крайната позиция при наличие на изходната: не само метафора, но и аналогия по същество с квантов, дискретен скок е подходяща. В първия случай, този на алгоритъм, би съответствал на континуално движение между двете позиции в рамките на същата аналогия. Това навежда на мисълта за един скулемовски тип относителност (Пенчев 2009: 307 и сл.) между сложност и случайност.

Единосъщиято на сложност и случайност се въвежда от Колмогоров (1965: 8-11; 1969: 6) и Пер Мартин-Льоф и се разработва детайлно от втория (Мартин-Лёф 1966; Martin-Löf 1966A: 3.3-4.2; 1966D: 602-608). Ако вземем каквато и да е съвкупност от крайни последователности, случайни (в смисъла на най-случайни от тази съвкупност) са онези, които могат да се получат с най-сложен алгоритъм (напр., най-голям номер на съответната машина на Тюринг)<sup>29</sup>. Това наблюдение може естествено да се обобщи за безкрайни съвкупности и последователности (напр. Hamkins, Lewis 2000, Welch 2000).

При това се установява взаимно еднозначно съответствие, и то с еднаква посока, колкото по-голяма сложност, толкова по-голяма случайност и обратно. Това е строго валидно само за 'света на чисто битие', въведен по-горе, в който „приносът на небитието“ е нулев.

---

<sup>29</sup> Връзката между сложност по Колмогоров и изчисление на машина на Тюринг е подробно обсъдена напр. в Li, Vitányi 2008: 502-516.

Нека сега оставим съотношението на сложност и случайност да бъде произволно, така че всяка една конкретна стойност еднозначно да определя свят, така както например съпадението определи идеалния свят именно в който „приносът на небитието“ е нулев. Ще се условим под принос на небитието да разбираме разликата между сложност и случайност и по-точно, т.е. вече строго количествено – квадратът на величината 'принос на небитието' да е равен на разликата между величините 'сложност' и 'случайност'.

### **36. Информационна „кривина“**

Съотношението на сложност и случайност характеризира всеки свят и геометрията му, бидейки мярка за информационната му кривина. Минимална е за плоския, идеалния свят. Това е минималната, базова случайност, която се гарантира от сложността му. Такова положение на нещата е валидно за 'светове с нарастване на ентропията'. В тях 'приносът на небитието' е отрицателен. В случая не става дума непосредствено за безразмерната физическата величина ентропия, за която съществува закон за нарастване на ентропията, а за информационна ентропия. В рамките на този текст няма да обсъждаме въпроса за връзката между двете, тъй като е твърде важен и изисква подробно, обемисто и чисто разглеждане. Нататък, както и досега, ще имаме предвид само информационна ентропия.

Можем обаче да предположим светове, в които ентропията намалява и там сложността превишава случайността. Във всеки един от тях величината „принос на небитието“ ще е положителна: едно положение на нещата, което взривява предразсъдъците ни. Най-сетне бихме могли да комбинираме и максимално да обобщим двата типа светове в „свят с променлива информационна геометрия“, в който информационната кривина да се изменя, и то не непременно континуално (допускат се и дори, в рамките на шегата, се препоръчват скокове), поради което терминът „информационно поле“ не би бил уместен; още повече, че разгледано като функция, дефиниционната област се определя не върху обичайното евклидово, нито дори върху псевдоримановото пространство (включващо като частен случай и пространството на Минковски), а върху хилбертово, и то не непременно с изброим базис. Тъй като трябва все пак някак да го означаваме, ще използваме термина „информационно битие“. Той има допълнителното предимство, че навежда към съвпадение или дори към питагорейско единосьщие на модела, който той представлява, и реалността, която представлява точно в същата степен.



Ако приносят на небитието за вероятността е отрицателен, това задава геометрия на пространство на Минковски, като приносят на небитието съответства на времето, строго математически на квадрата от него. Тъй като той е отрицателен, самото време следва да е чисто имагинерно, както в специалната теория на относителността се интерпретира четвъртата координата от пространството на Минковски. Това навежда на мисълта, че знакът на информационната кривина се преобръща от микро- към макро-света: в микросвета приносят на небитието е положителен, а в макросвета – отрицателен. Очевидно светът на идеите, в който „приносят на небитието“ е нулев, би се оказал границата между тях. Но тъй като и микро, и макро света са реални области от физическия свят, то сме изправени пред следната дилема: или светът на идеите е част от физическия свят, ако преходът между тях е континуален, или ако обратно, светът на идеите не е част от физическия свят, преходът е необходимо дискретен. Нещо повече, всеки дискретен преход, ако такъв се случи във физическия свят, може да се разположи в света на идеите. Най-сетне, последното твърдение, т.е. поставеното в курсив, може да бъде изтълкувано философски, посредством изначалната метафоричност, задавана от двуполюсната схема.

Но с това следствията от това необикновено преобръщане на 'информационната кривина' в „реалния свят“ далеч не се изчерпват.

На второ място, ако тълкуваме „информационната кривина“ най-грубо като своеобразна първа производна, т.е. в един твърде обобщен смисъл, на физическия свят, напр. на стойността на една конкретна физическа величина по всички възможни светове, респ. по всички възможни измервания (уреди) в нашия свят, то нейното анулиране в „идеалния свят“ би съответствало на особена точка (едно от трите: минимум, максимум, инфлексна точка). С това се имплицира континуален модел на прехода.

Ако обаче се вземе за основа дискретният подход, стойността на производната следва да е безкрайна, а самата производна ще представлява функцията на Дирак. Така се вижда, че двата подхода, континуалният и дискретният, се сродяват от изискването информационната кривина или свързаната с нея ентропия да имат особена стойност, нулева или безкрайна, което може да се случи само при съответно безкрайна или нулева сложност (нулева, безкрайна случайност), по-точно, при клонене към тези гранични стойност на сложност или случайност. Ако направим

аналогия с безразмерната физическа ентропия от термодинамиката или статистическата механика, биха съответствали емпирично недостижимите поне досега стойности на безкрайна температура или тази на абсолютната нула.

Очертава се тогава един необикновен философско-емпиричен извод: ако идеалният свят, разбира се, в силно ограничения, за да бъде строго количествен смисъл по-горе, е част от физическия, то бихме имали експериментален и може би дори технически достъп до тези температурни граници – абсолютната нула и безкрайната.

Нещо повече, за всяка физическа величина нейната стойност с максимална вероятност в квантова механика или просто нейната стойност в класическата физика е необходимо в ... идеалния свят. Обяснението на такова наглед парадоксално положение на нещата се състои в това, че всяко измерване всъщност е проектиране на някой от реалните светове върху идеалния. Виждаме още веднъж колко неплототворно би било простото противопоставяне от двуполюсната епистема, което освен останалото забранява изследването на самите връзки и процеси на превръщане в измерването (или в аналогичните като ограничаване степени на свобода, абстрахиране, случване и др.). Не можем да приемаме вече 'истината' за дадена, а трябва да изследваме как възниква или изчезва в реалния свят, „къде“ е разположена, какви са нейните видове и белези, но определени сега количествено в широк смисъл (т.е. чрез математически структури).

На трето място, областите с „отрицателна кривина“ са хилбертовото пространство, докато тези с положителна – към пространството на Минковски (или псевдоримановото в общия случай). Първото е безкрайномерно, докато второто – четиримерно (същественото е, че е крайномерно). Освен това първото следва да се съотнесе по-скоро с вечността, докато второто – с времето. Следователно, идеалният свят се оказва на фундаменталната философска граница между безкрайно и крайно и между вечност и време, а можем и да я интерпретираме като механизъм на истината за случването в реалния свят. Заедно с това ни дава поне един конкретен ключ, за да изследваме този въпрос не или не само философски, но и математически и да извличаме всички предимства от това.

Нека сега се постареем да се вгледаме в конкретния механизъм на преход между областите, моделирани с хилбертово пространство и положителен „принос на небитието“, и срещуположните, те пък с минковско (псевдориманово) пространство

и съответно – отрицателен принос. Възлова е ролята на посредника, света на идеите, в който и двете области могат да се проектират, но по различен начин. Особено важна е хипотезата или по-скоро аксиомата за отъждествяване на двете проекции, т.е. „отляво“, от хилбертовото пространство и „отдясно“, от минковското (псевдоримановото) пространство. Поради очевидната аналогия с непрекъснатост „отляво“ и „отдясно“ в стандартния анализ, ще използваме термина „хипотеза (аксиома) за информационна непрекъснатост на света“, чието отрицание да бъде пък валидното в дискретния случай.

Нека въвлечем и употребяваните в донякъде интуитивен, но и определен смисъл термини „случване“, „абстрахиране“ и „измерване“, но вече със строго, фиксирано значение във връзка с приетите за известни 'ограничаване на степените на свобода' и 'инвариантност' и отчасти с 'аксиоматизиране'.

„Измерване“ ще е родовото понятие, „случване“ ще запазим за клоненето „отляво“, т.е. за проектирането върху идеалния свят от хилбертовото пространство, а „абстрахирането“ – за същото „отдясно“, от минковското (псевдоримановото) пространство.

Измерването „отдясно“ има характер на случване, а в класическата физика (както и в целия човешки опит в макросвета) – на „абстрахиране“ в смисъла на изработване на еталон, който е условието на възможност за всяко измерване, за което така въведеният еталон е валиден.

Измерването в квантовата механика е хибридно, което е съвсем естествено за нея като теория за системата от квантов обект и макро уред. То се състои от ясно разграничени два етапа: първи, в който се изготвя еталон, т. нар. подготовка, и втори, в който – според крилатата фраза на Айнщайн „Бог хвърля зароветѐ“ – и една стойност на измерваната величина, чийто вид (физическото измерение, качеството) ще се случи, а детерминирана е само вероятността на случването, т.е. с какви (колко „подправени“) „зарове се играе“, не стойността.

Начините на проектиране в идеалния свят „отляво“ и „отдясно“, както вече споменахме, са различни. По начало проектирането предполага векторно пространство, в което се извършва.

В нашия случай са налице две векторни пространства, но различни. Насоката да отъждествим или поне съпоставим проекции в двете налага да изведем обща същност на проектирането, която да е инвариантна за двете и очевидно независима

от конкретната метрика и дори може би топология. Такава обща същност е изборът: ако от множество изберем подмножество или елемент, то такъв ще разглеждаме като теоретико-множествено обобщение на 'проекция'. Става ясно, че в дълбоката си основа понятието за проекция е зависимо от аксиомата за избора и нейните варианти:

Всъщност проекцията „отляво“ и „отдясно“, обединени от общата основа на 'измерване', се разграничават по демаркационната линия между неконструктивност и (обобщена) конструктивност на аксиомата за избора.

Проекцията „отляво“, т.е. от хилбертовото пространство върху света на идеите се осъществява случайно, т.е. само се постулира съществуване на избран елемент (случаят на избор на подмножество може да се сведе до избор на елемент), но не се посочва (без непременно да се отрича евентуално съществуване на) начина (алгоритъма), по който се осъществява изборът.

Напротив, „отдясно“ е изначално и винаги елементът, „еталонът“, който трябва да бъде достигнат и чрез това се имплицира алгоритъм (не непременно краен), чрез който може за съответния краен или не брой стъпки да се достигне до предопределения елемент – еталон.

Виждаме, че мярка за избора „отляво“ на избрания в резултат на него елемент съвпада с мярката за случайност на елемента, а „отдясно“ – за сложността му. Следователно, хипотезата (постулата) за информационна непрекъснатост означава тъкмо нулева „информационна кривина“, а понятиyno – отъждествяване на 'сложност' и 'случайност'.

От друга страна, ако се ограничим само „отдясно“, то се вижда съответствието на тази част с епистемата на истината като *adaequatio*, която въщност може би и произхожда от нея.

Доколкото изборът на предварително зададения еталон имплицира алгоритъм, то последният може да се разглежда като еквивалент на детерминизма, каузалността и определен тип кореспондираща им рационалност, която можем да обозначим като класическа. Доколкото обаче изборът в общия случай не е краен, двата полюса на епистемата ще са разделени от пропастта на безкрайността и оттук в крайна сметка противопоставени именно като полюси.

Не само начинът на клонене „отляво“ и „отдясно“ трябва да се отъждестви чрез теоретико-информационно обобщаване на проекцията като избор, но и

избраните елементи „отляво“ и „отдясно“. Проблемът тук идва от това, че трябва да представим хилбертовото и минковското (псевдоримановото) пространство като съвкупности от еднакви елементи и така да положим изоморфизъм между тях.

Кюбитът, представляващ своеобразна „ос“ на хилбертовото пространство, една от безкрайно многото, заедно с това е сечение на четиримерния светлинен конус за всеки един момент от време. Тримерна сфера, нормирана като единична, е изоморфен образ и на двете. Една точка в нея представлява съответно стойността на кюбита и точката от мировата линия, съпоставени като пропорционални чрез едно реално число, което взето по всички кюбитове е стойност на хипермаксималния оператор на величина и при предположението за непрекъснатост на мировата линия я определя еднозначно.

Кой кюбит се оказва избраният?

Тъкмо този, който е напълно еднозначно определен чрез това, че кодира избора. Следователно, проектирането се оказва, че съвпада с кодиране на избора в избраното.

Виждаме как конкретно математически е въплътен „заветът“ на Хайдегер за 'феномена': да показва сам себе си в себе си:

Той се показва като кодиране на избора (себе си, кодирането) в избраното (в себе си, в кодираното).

Могат ли сега да се съвместят кодирането (проектирането, избора) „отляво“ и „отдясно“ като своеобразна хронология? Начинът на кодиране отляво е забранен, той просто се случва поради аксиомата за избора, гарантираща чистото му, неконструктивно съществуване. Веднъж обаче случил се, поради изискването заради хилбертовото пространство отъждествяване на избраното с избора, на кодирането с кодираното, от неговото наличие реконструираме самия избор и самото кодиране като обобщен алгоритъм, който в общия случай не е краен.

С това се оказваме „пренесени отдясно“, „където“ по еталона на осъществения избор се възстановява самият алгоритъм на избора, макар и може би като квази-рационална процедура, ако сме приели, че не е финитна. Все едно в скоби ще отбележим, че класическата теория на измерването в квантовата механика я постулира като финитна посредством конструкта за „редукция на вълновия пакет“, докато понастоящем обсъждането като процес на декохеренция, протичащ във времето, се насочва към нефинитен, но конструктивен неин модел.

Какво представлява физически изборът, видян „отляво“ и „отдясно“?

Изборът „отляво“ посочва точно един кюбит, който се интерпретира като точен момент от време „отдясно“.

Изборът „отдясно“ абстрахира необходимо чрез ейдетична редукция един еталон, който обаче отляво се оказва случил се именно *случайно*.

По-горе обсъждахме съпадението на субективна и обективна вероятност в квантовата. Сега вече можем да обобщим това наблюдение посредством твърдението, че квантовата механика е положена върху хипотезата за информационната непрекъснатост, което включва горното съпадение. Наистина обективната вероятност произтича от случайното разпределение (на физическа величина, напр.), докато субективната – от еталона, фиксиран в пропозицията, и добиван по някаква (квази)рационална процедура.

Квантовата механика е необходимо положена на тази основа, тъй като е теория за системата от макро-уред, „подвизаващ се отдясно“, и квантовия обект, разположен „вляво“. Доколкото става дума за система от тези, а не за механичен сбор, то най-проста и естествена е хипотезата за информационната непрекъснатост, която да ги слее в единство. От гледна точка на методологията нейният смисъл е съпадение на обективно (квантовият обект „сам по себе си“) и опитно, експериментално (показанието на уреда).

Очевидно такова изискване се пренася от класическата методология и дефинира възможността за 'опитна наука', както е очевидно и че квантовата механика е опитна наука.

Ала начинът на реализиране на това фундаментално методологично изискване е различен, нека заради илюстрацията напр. се ограничим до квантовата и класическата механика. Освен това ще покажем, че класическият случай е частният, съответно квантовият е обобщението.

Съпадението в квантовата механика се основава на избор. Във философски смисъл може да се използват термините свобода и произвол в еднаква степен, тъй като различието между тях се покои само на ценностната ориентация на интерпретиращия. То всеки път се случва. Съпадението в класическата механика е предопределено. От гледна точка на избора, това е тривиалният случай на „избор между елементите“ на множество, състоящо се от един елемент. В един малко по-различен, но произведен смисъл се говори за строга детерминираност и каузалност

в класическата опитна наука, откъдето поради нейните успехи се е разширило и извън нейните граници. Това е интерпретация на горния тривиален частен случай, когато множеството с един елемент, от което „се избира“, е настоящето, респ. квантовото обобщение разглежда избор на настояще от произволно (изобщо безкрайно, и то не непременно изброимо) множество времеви моменти.

### **37. Времето**

Изборът досега беше по-скоро абстрактно формализиран, т.е. собствено математически, под формата на аксиомата за избора и понятията за (некраен) алгоритъм и за еталон. Особено интересна не само във физически, но и във философски смисъл, а в крайна сметка дори и в математически, е един особен случай, чиято особеност е дотолкова необикновена, че дори не може да се нарече частен, а именно когато изборът е между моменти от време или респ. върху математическа структура, аксиоматизирала ейдоса на времето.

Нека започнем с интуициите за аксиоматизиране на време: то е процесът на преброяване. Това, което се преброява, са елементите на съвкупност. След малко ще се уверим, че е необходимо да е безкрайна в степента, в която е валидно естественото предположение, че подмножеството на 'бъдещето' не е празно.

Преброеното е миналото, елементът, който сега се брои, е настоящето, а непреброеното – бъдещето.

Става очевидна фундаменталната роля, която играе аксиомата за избора в концепцията за аксиоматизируемото време, въпреки и в цялото ни изложение. След като е преброено, подмножеството на 'миналото' е добре наредено, следователно аксиомата за избора е валидна поне включително до неговата мощност. Настоящото, бидейки един единствен елемент, е невъзможно да не се преброи и следователно – невъзможно да не се добави в добрата наредба на миналото, не така стои въпросът за бъдещето.

Няма логическо противоречие да се допусне съществуването на непреброими участъци в него, в които самото време изчезва или не може да се дефинира еднозначно. Съответно е необходимо аксиомата за избора да е с ограничена валидност, а тези участъци ще представляват подмножества с отвъдна спрямо максимално изброимата мощност, гарантирана от ограничената аксиома за избора.

Обратно, неограничената аксиома за избора гарантира, че времето никога няма да изчезне, нито може да бъде ограничено. Тогава можем да въведем понятие

за вечност, под което ще разбираме актуална завършеност на процеса на преброяване, т.е. бъдещето и настоящето – налични като преброени подобно на миналото. Все пак те са с увереност преброими, т.е. потенциално, но не преброени актуално, както миналото. Понятие за вечност бихме могли да въведем и в обобщен смисъл, когато е преброено всичко, което може (ограничената аксиома за избора допуска) да се преброи. Останалото бихме могли да пренебрегнем – но без да е необходимо – по един или друг начин, напр. като го зачеркнем. Тогава първоначално въведеното понятие за вечност ще бъде частният случай, когато всичко може да се преброи.

Продължавайки с интуицията, следва да отбележим, че едно множество може да се преброи по два начина: пряко и косвено, чрез множество еталон, за което се предполага, че се знае от колко елемента се състои, а множеството се постави във взаимно еднозначно съответствие с множеството еталон. В първия случай се постулира валидност на аксиомата на избора, а във втория – множеството еталон. Виждаме, че положено върху преброяване, времето зависи от някакъв изходен постулат, което предполага, че е възможно да се приеме и неговото отрицание, т.е. най-малкото теоретично обсъждане на невремени онтологии.

Двата начина за преброяване на едно множество се вписват прекрасно в модела, разполагайки се съответно „отляво“ и „отдясно“. Тогава аксиомата за избора гарантира „отляво“ „случването“ на еталона. След това алгоритъм (който заедно с това е и първият пример на не задължително краен алгоритъм, който можем да посочим), поставя в едно-еднозначно съответствие изследваното множество с еталонното. Нека се вгледаме що за алгоритъм е това. Как да го опишем? Как да сме сигурни, че ще завърши, ако стъпките му не са краен брой?

### **38. Алгоритъм и еталон**

Основният въпрос е всъщност дали при това преброяване чрез еталон можем да заобиколим аксиомата за избора що се отнася до изследваното множество, поточно да покажем алгоритъма без да сме я използвали експлицитно или имплицитно при неговото построяване.

Бегло може да се маркира, че стандартното (първоначално исторически проиграното) решение на проблема не е удовлетворително. Например, можем да вземем еталона като особения елемент на множество, то самото, и чрез операция, обратна на ейдетичната редукция, да възстановим самото множество, на което то се



явява особен елемент. След това търсеният алгоритъм решава на една стъпка дали изследваното множество е елемент или не на построеното по еталона. Проблемът е, че трябва да се постулира „множество по еталон“ и че е едно единствено. Всъщност това е постулат по същество еквивалентен на принципа на абстракцията (Russell 2010: 221-222). С това обаче е твърде съмнително нашият проблем да е решен. Първо, дали полученото по този начин е непременно множество? Второ, дали аксиомата за избора все пак не трябва да се приложи предварително към изследваното множество в общия случай, за да сме се уверени, че притежава качеството „бройност“, който би позволил да го съотнесем с конкретния еталон за бройност. Очевидно ако не сме сигурни в качествената однородност на еталона и измерването, измерването е безсмислено. Все пак обаче остава една „вратичка“: дали не можем да докажем качествената однородност в процеса на измерване? Какъв обаче би бил конкретният алгоритъм в нашия случай, толкова гъвкав, че да се „промуши“ през тази „вратичка“? Без да изключвам напълно възможността такива трудности да бъдат някак преодоляни, повече или по-малко успешно, все пак ми се струва, че те произтичат от изначалния разрыв между двата полюса на класическата епистема, от нейния „първороден грех“.

Нашето конкретно решение, обратно, идва тъкмо от усърдно разработваната тук замяна на класическата епистема: търсеният алгоритъм съвпада с еталона или е еталонът. Как?

Търсеният алгоритъм следва да преброи изследваното множество и да установи дали съвпада с еталона, или не. Основният епистемологичен въпрос в класическия случай, както видяхме малко по-горе, е как можем да преброим нещо, без да е сигурно, че е преброимо. Съответно основното съмнение е доколко предлаганото епистемологично решение наистина решава проблема, а не просто да го преименува или покрива.

Въвеждането на понятието за абсолютна сложност, в духа на идеите на Колмогоров и Мартин-Льоф, всъщност постулира дуално еквивалентно обсъждане на всеки обект и като битие, и като число. Така се въздига в универсален принципът, който можем да наречем *дуално питагорейство*, своеобразен синтез от идеите на класическото питагорейство и на философията на квантовата механика. Можем да броим всяко нещо според неговата втора, числова страна и броят разряди от резултата след преброяването е неговата сложност. С това аксиомата за избора

фактически е превърната в основополагащ философски принцип и заедно с това ограничена до едната от двете дуални половини на света и всяко нещо в него. По-горе видяхме, че подобна фундаментална числовост е тясно свързана или произтича от разглеждането на всяко нещо и като цялост, поради което придобива категорична интуитивна убедителност.

Решен ли е обаче нашият проблем? Всъщност се използва урокът, преподаден ни от природата и мъчително усвояван в квантовата механика и информация, че приемането и двете решения на една дилема, в логически план – прякото логическо противоречие, не е пречка за изграждане на логически строга научна теория, която освен това блестящо се потвърждава от експеримента.

Така наличието на дилема – в квантовата механика напр. вълнова или корпускуларна природа на квантовите обекти, а в нашия случай броимост или неброимост на едно множество – разлага приет постулат до неговата първична възможност, но въпреки това го запазва, обаче вече в качеството на дуалната възможност, сред постулатите на теорията. Така теорията необходимо следва да обсъжда и възможности, както и тяхната количествена мярка – вероятностите. Теорията бива определена не само чрез своите аксиоми, т.е. чрез ограниченията на степените на свобода, но и с дилеми, които се оказват в логическия статут на „висящи аксиоми“. Друг пример за такъв необикновен епистемологичен и логически статут дава интуиционизмът с правилото за изключеното трето по отношение на безкрайни множества.

Следователно подходът, който тук се предлага в духа на феноменологично преобразуване на класическата епистема, решава проблема за броимостта като го постулира за проблем, нещо повече, универсализира го като такъв. Но нима това е решение? Тук опираме отново до безусловната ефективност в практически план, съчетана с логическа безукорност, на математическите методи, разработени от квантовата механика и информация, които обаче заедно с това неизбежно взривяват нашите предразсъдъци. Това е едно изненадващ дзен-будистки „удар в гърба“ за човечеството, че да бъде принудено да получи „просветление“. Решение е, тъй като не е „метафизично“, в лошия смисъл на термина, фиксиран напр. в Попъровото определение на „критерия за демаркация“ на науката (Popper 2002: 18-19, в контекста на р. 16).

И ето един от фундаменталните изводи на нашето изследване:

Понятието за вероятност изобщо (т.е. в тук разгледаните и в други определения) служи за включване на дилеми (разбира се, изключително редките истински дилеми, които заслужават определение онтологически) сред постулатите на една теория. С това тя неминуемо се оказва принудена да скъса с класическата епистема, като един вариант за подобно преодоляване са идеите на феноменологията, без разбира се да е единствено възможният. Общ белег на всички подходи от този род е навлизането на възможността в действителността, за което може да се използва и терминът „виртуализиране на онтологията“.

Сред изследванията на статута на дилемите родоначалник е великият български философ Сава Петров (1971).

И така, ние естествено ще определим алгоритъма като запис в позиционна система на броя от еталона, а неговата сложност ще бъде съпоставена със сложността на изследваното множество. Ако сложността е с еднакъв ординал (кардинал), ще твърдим, че изследваното множество има броя в еталона. Чрез това се включват и крайни стойности на сложността, като определенията чрез ординал или чрез кардинал са фундаментално различни за тях. Освен това броя на еталона можем да приемем като номера на машината на Тюринг, не необходимо краен, която ще реши дали изследваното множество съвпада с еталона за брой или не.

Без сега да навлизаме в подробности, можем да отбележим, че еталонът, както и всяко нещо, имплицира идеята за „информационна кривина“, която придобива различна стойност във всяко едно нещо. Досега тя беше определена само като несъвпадение на случайност и сложност, оттук нататък може да се добави и като разминаване на качество и количество в едно и също нещо или качество, като качеството се преобразува в количество чрез абсолютна сложност на качеството в това нещо. Може да бъде мислена и като мярка за акциденталността на въпросното нещо, за наличието на акцидентални качества, за съотношението на акцидентални и есенциални качества, в крайна сметка завърщайки се към първоначалното определение, за съотношението на случайност и сложност в него конкретно.

Най-простият случай е нулева информационна кривина и тъкмо той се изследва от квантовата механика. Малко по-нататък ще видим, че квантовата информация може да се разглежда като онова обобщение, което разглежда произволна информационна кривина, чийто произход се крие в нововъведения тип нестандартни (сдвоени, entangled) външни части на една ограничена цялост (с нея).

В плана на феноменологията всяко нещо ще се определи като конкретния си начин на скриване спрямо пълната нескритост, абсолютната философска истина по Хайдегер – т.е. във феномена.

Малко по-горе споменахме, че сложността се оценява като броя разряди в някаква бройна система. Следва понятието „брой“, както и „бройна система“, да се разглежда достатъчно общо. Недоразумения не биха могли да възникнат, ако те са крайни. Ако обаче са безкрайни, под „брой“ в горния контекст ще подразбираме ординал, а ако все пак става дума за кардинал, това изрично ще се посочва. Съответно под „бройна система“ ще се има предвид хилбертово пространство, представено чрез произволен ординал (кардинал) кюбитове.

Чрез горното отново се позоваваме на бройна система с изброим кардинал за стойности на „цифрите“ и ординал от разряди. Без все още да навлизаме в детайли, само върху такава, самата тя твърде сложна и обобщена бройна система, можем да кодираме действителността „по начина на феномена“: т.е. кодираното и кодиращото (или кодирането) да съвпадат.

Можем да предположим, че сред множеството способности за числово кодиране, изобретени от човека, и поради това с конвенционален характер, има поне един използван от самата природа, разбира се, ако нашата питагорейска хипотеза е валидна. Това би се основавало на специални качества, вече намекнати или споменавани, но които ще обсъдим към края на изложението, правещи такова кодиране релевантно. Да подчертаем, че всеки разряд, т.е. кюбит получава стойност измежду изброимо много и бихме могли да го интерпретираме като конкретното количество за едно качество на дадено нещо.

### **39. Р срещу NP**

Нека сега покажем как идеята за такава обобщена бройна система може да се свърже с поставянето на „проблема Р срещу NP“<sup>30</sup>. Той е от областта на теория на алгоритмите и гласи следното. Ако това, че дадена стойност е решение на проблем (задача), може да се провери за полиномиално време, следва ли, че самата задача може да се реши за полиномиално време? Полиномиално време означава, че времето за решаване е полином от степен  $k$  от количеството на входните данни. Нека за простота си представим, че количеството входни данни е цяло число и

---

<sup>30</sup> Напр. – Cook 1971.

разгледаме неотрицателни степени на основата, равна на количеството входни данни, всяка предхождана от произволна цифра от допустимите при такава основа.

Тогава проблемът се представя така<sup>31</sup>: ако времето за проверка дали дадена стойност е решение се изобразява по горния начин като вертикална „права“, дали следва, че като успоредна вертикална „права“ се изобразява и времето за решение на самия проблем.

Първо следва да вникнем в смисъла на положителното и отрицателното решение, т.е. какво означава тези две времена да съвпадат или да не съвпадат. За целта трябва да съпоставим класа от всички елементи на дадено множество със самото множество и да поставим въпроса дали са идентични. Как би било възможно да не са? В нашия контекст множеството представлява освен всички елементи (както класа от неговите елементи) така и тяхната цялост или още един особен елемент – то самото. Наистина по индукция лесно се доказва, че ако времето за проверка на всеки един елемент е полиномиално, такова ще е и за произволен брой елементи като произведение от полиноми. Единственото, което може да промени това положение на нещата е изчисляването на особения елемент, тъй като то ще зависи от времето на проверка за всички елементи.

Очевидно с това вече сме намесили актуалната безкрайност, и то под формата на изчислителен, алгоритмичен проблем, който се очаква да има конкретен, практически смисъл. Сигурно ли е, че полиномът от безкрайна степен, какъвто необходимо ще се получи за безкраен брой полиномиално проверими елементи, е също полином? Тук отново може да разгледаме, и то релефно, наблюдението, че принципът на математическата индукция не имплицира съществуването на актуална безкрайност. Наистина проверката на класа от всички елементи на безкрайно множество се доказва по индукция (с въвлечена, ако трябва, предварително аксиома за избора, за да се „преброи“ поне по принцип произволно безкрайно множество), но особеният елемент включва актуалното произведение от безкраен брой полиноми като време за неговото изчисляване. Достатъчно е да вземем предвид, че резултатното произведение, разгледано като полином, необходимо ще се състои от неизброимо множество събираеми.

---

<sup>31</sup> Обзор на опитваните подходи за решаване на проблема се съдържат в: Fortnow 2009.

#### 40. Особеният елемент на едно множество

Нека онагледим особения елемент на едно безкрайно множество с конкретен пример. За целта да разгледаме множеството от (десетичните) разряди на числото корен от две. Доказано е, че то е безкрайно. Можем да проверим дали дадено число принадлежи на подмножеството от първите  $n$  разряда за полиномиално време и оттук да заключим по индукция полиномиално време за класа на множеството от разряди на числото корен от две. Сега обаче поставяме въпроса за какво време ще се изчисли, че дадено ирационално число, състоящо се от безкраен брой разряди, е именно корен от две, т.е. особеният елемент на това множество? От примера изглежда очевидно, че тук се сблъскваме с ипостас на предполагаемата аксиома за актуалната безкрайност в зависимост от това: дали, по принцип, с резултата за потенциална безкрайност, получен по индукция, се постулира равенство, или не.

Съвпадението на актуалната и потенциалната безкрайност в „особения елемент“ се представя като своеобразна цикличност по следния начин. От аксиомата за актуалната безкрайност се предполага, че от всички елементи на безкрайното множество може да се изведе неговият особен елемент в качеството, фигуративно казано, на „последен“, последно изведеният. Обратно, от принципа на математическата индукция от особения елемент, нагледно, в качеството на „първи“, може да се изведе всеки един елемент от множеството. Така отъждествяването на актуалната и потенциалната безкрайност в „особения елемент“ на безкрайното множество го „заклява“. Точката, в която кръгът се затваря, е естествено да се приеме тази с най-малкия изброим ординал, следователно безкрайният кардинал, определен по фон Нойман, брой само „оборотите“ за разлика от ординала.

От направеното разглеждане се вижда, че, макар и в различни работи, два от принципите, които въвежда Ръсел – на абстракцията<sup>32</sup> (Russell 2010: 221-222) и на „порочния кръг“ (Russell 1908: 236-237) – се оказват в противоречие, разбира се, само при нашето циклично разглеждане. Наистина принципът на абстракцията

---

<sup>32</sup> „... моят принцип на абстракцията, който прецизно изложен, е както следва: „Всяко транзитивно симетрично отношение, което има поне един пример, е анализируемо в съвместно притежание на ново отношение към нов термин, новото отношение бидейки такова, че никой термин не може да има това отношение към повече от един термин, но неговото обратно отношение няма това свойство.“ Този принцип представлява на обикновен език твърдението, че транзитивните симетрични отношения възникват от общо свойство, с добавката, че това свойство се намира, за термините които го имат, в отношение, в което никоо друго не се намира към тези термини“ (Russell 2010: 221-222).

изисква съществуването на особения елемент на множеството, то самото. Такъв обаче се определя предикативно и поради това би бил забранен в Ръселовата теория на типовете (Russell 1908: 236-237). Последната е въведена да се избегне противоречието, имплицирано от актуалната безкрайност, при линейна йерархично подреждане на „типите“ (Russell 1908: 236-241). Показахме, обаче, по-лесно и по-естествено, в съгласие с урока преподаден ни от самата природа чрез квантовата механика и информация, и то окончателно, че парадоксите с актуалната безкрайност се отстраняват с описаното зацикляне, водещо своето начало от многократно обсъжданата по протежение на целия текст холистично-циклична парадигма.

Цикличното съвпадение на актуалната и потенциалната безкрайност в особения елемент заедно с това означава и нулева информационна кривина; положителна би означавала все по-голям радиус на безкрайния кръг при всеки оборот, отрицателната – все по-малък.

Строго това положение на нещата може да се изрази чрез точката, в която се осъществява зацикляне.

По-горе предположихме, че то се осъществява в най-малкия изброим ординал, който съвпада с кардинала по фон Нойман. Положителните кривини не поражда проблеми, тъй като сумата от най-малкия изброим ординал и неотрицателно цяло число се дефинира непротиворечиво.

Отрицателните кривини обаче очевидно биха породили противоречие. Многократно е подчертавана появата на този тип проблем още на теоретико-множествено равнище при всички явления на вдвояване. В крайна сметка необходимо е постулиране съществуване винаги за дадено множество на „логаритмичното“ множество, определено обратно на „степенното“: тоест като онова множество, чието множество от всички подмножества, съвпада с даденото. С това добрата наредба обаче, а чрез нея и аксиомата за избора става „двупосочна“: всяко множество може да се нареди добре като се вземе произволен елемент и той се тълкува като най-малък в едната посока и най-голям – в другата. С това очевидно се въвежда дуално и структура на континуум (посоченото свойство в класическия случай се изпълнява от реалните числа, но не от рационалните) за всяко множество, наред с гарантираното съществуване на преброяване от стандартната, „еднопосочна“ аксиома за избора.

В нашия случай следователно не можем да използваме определението за кардинал като най-малкия ординал, за който съществува взаимно-еднозначно съответствие с изследваното множество. Кардиналът следва да се определи на друго или на свое собствено основание, т.е. да се постулира. Всъщност тъкмо това – експлицитно или имплицитно – би правила предложената аксиома за актуалната безкрайност (респ. за целостността, за кохерентността). Информационната кривина би била определима още на теоретико-множествено равнище като разликата между кардинал и ординал и може да приема и отрицателни стойности. Само в скоби може да се отбележи, че посредством аксиомата лесно ще се определи множество с нецял брой елементи, а оттук и с произволна кривина.

Да се върнем към смисъла на отрицателна информационна кривина по отношение на „проблема  $P$  срещу  $NP$ “. Тя предполага, че съществуват множества, които е по-лесно да бъдат определени посредством своя особен елемент, отколкото изброени. Можем да видим, че математиката, а по същество и човешкият интелект се занимават с именно този тип.

Нека като пример разгледаме множеството от (десетичните) разряди вместо на корен от две, както по-горе, тези на дробта „четири девети“. Ясно е, че те биха били само четворки, с увеличаващ се с единица брой нули между значещата четворка и десетичната точка (запетая). Каквото и крайно подмножество на това множество да вземем не можем да заключим, че става дума, за разрядите на числото  $4/9$ . Това можем да направим само ако разполагаме с всички елементи на безкрайното множество. Алгоритъмът, който би удостоверявал това, следва да се състои от некраен брой стъпки, ако като некрайна мощност определим мощността на логаритмичното от изброимо множество.

Обратно, ако предварително знаехме, че става дума за  $4/9$ , по метода на математическата индукция, следователно финитно, можем да постановим, че множеството се състои от намаляващи четворки. Виждаме, че ако сме постулирали циклично затваряне чрез отъждествяване на потенциалната и актуалната безкрайност в особения елемент, некрайният алгоритъм по-горе може да се идентифицира като финитния алгоритъм на математическата индукция посредством двупосочната добра наредба и тази модифицирана аксиома за избора. Така можем ясно да видим, че от цикличния подход към безкрайността следва финитност на трансфинитната индукция, която се тълкува като индукцията в обратната посока



спрямо произволен следващ оборот „през безкрайността“. Противоположното твърдение не е вярно в степента, в която финитност на трансфинитната индукция може да бъде обосновавана и собствено по Генцен, т.е. при линеен подход.

И така, има някакъв краен брой разряди, които са все, четворки след десетичната точка. Ако става дума за реално измерване, най-вероятно още след петата-шестата може да се заключи, че става дума за  $4/9$ . Основание за това например може да е, че е достигната грешката ( $\Delta$ ) при измерването. Така едно безкрайно множество от стойности ще се обозначи с  $(4/9) \pm \Delta$ .

Първо, примерът показва, че измерването е съответното на индукцията, физическа, обикновена математическа и трансфинитна. Следователно, по нашата циклично-холистична парадигма, която слива модел и реалност и отстранява каквато и да било дистанция между физическо и математическо, ние ще отъждествим също така индукция и измерване.

Второ, ако сме отъждествили едно безкрайно множество с едно крайно, измерено множество, то между елементите на първото е въведено вдвояване, което е „математическо“, т.е. още на теоретико-множествено равнище, и съответно отрицателна информационна кривина.

Особеният елемент на множеството е буквално безкрайно по-просто да се получи, отколкото да се изброят един по един всички елементи на множеството, тъй като се извършва по финитния метод на измерването или индукцията. Той има характер на обобщена проекция.

Ако се интересуваме по-скоро от свойствата на процеса на проектиране, отколкото на проектираното и на получената проекция, един начин е да се изследват свойствата при проектиране до минималния възможен брой стойности – две, обозначавани в логиката „вярно“ и „невярно“. Следва да се подчертае, че тук показвахме предмета на логиката като изследване на процеса на проектиране, независим от естеството на проектираното и на проекцията.

Ако си поставим за задача да изследваме темата „Число и знак“, то логиката ще встъпи в ролята на своеобразна числова семиотика, при която мислим проекцията на нещата или на думите върху числата или обратното.

Очевидно е също така, че информационната непрекъснатост, т.е. нулевата информационна кривина, възпроизведена (съзнателно избягваме „интерпретирана“) върху хилбертовото пространство, означава неговата ортогоналност. Без дискусия

ще използваме следния резултат: ако е валидна аксиомата за избора, всяко хилбертово пространство е ортогонално, т.е. с нулева информационна кривина. Само това обстоятелство изглежда достатъчно да направи убедителна хипотезата, че то е тъкмо естествената за природата математическа структура, която тя би могла да „употреби“ за кодирането на нещата. По-прецизна обосновка все още предстои по-нататък.

От дуалния питагорейски подход следва фундаменталността на отношението, първоначално отложено за разглеждане и скрито зад термина „дуално“ и зад неговите конотации с принципа на допълнителността по Бор, между числовата и нечисловата страна на нещата. Поне в посока от първата към втората то има характер на броене и следователно тъкмо за него запазиме понятието „време“ в аксиоматизируем смисъл. В обратна посока, в която, най-общо и фигуративно казано, нещата се сливат в едно, е подходящ терминът „кохерентност“, „кохерентизация“, ако се разглежда като процес, или „суперпозиция“ на състоянията. Идеята за информационна кривина и за информационното битие, т.е. нейното пространство, в което да се променя от точка към точка, разполага в единство двете посоки на това фундаментално отношение. Областта на положителна информационна кривина съответства на превес на броенето над кохерентността, регионът на отрицателна – на противоположното, а самото хилбертово пространство – на тяхното уравновесяване, на нулевата стойност.

#### **41. Кардинал и ординал по фон Нойман**

След обстоятелството обсъждане на аргументите вече се насочваме към строго фиксиране на математическа структура, за която сме избрали названието „време“:

Под „време“ ще разбираме двойката от ординал и кардинал с еднаква (или по-голяма) мощност, определени по начина, предложен от фон Нойман (Neumann 1928). Следователно допускаме неограничена, но не „двупосочна“ аксиома за избора. Как може да се модифицира за „двупосочна“ аксиома за избора, следва непосредствено от направеното по-горе обсъждане.

По неговата дефиниция всеки ординал е добре нареденото множество от всички по-малки ординали (Neumann 1923: 199; Neumann 1928: 378-379). Под „еднаква мощност на ординал и кардинал“ ще разбираме, че съществува биекция между ординал и кардинал. Пак по фон Нойман кардиналът е най-малкият ординал,

за който съществува тази биекция (Neumann 1928: 385-386), най-малкият от ординалите с мощност, еднаква поради биекцията.

Ако ординалът е краен, той е един единствен с тази мощност и съвпада с кардинала. Случаят е тривиален, а понятието за време е безсъдържателно, ако в него множеството на „бъдещето“ е празно:

Наистина, използвайки току-що въведеното определение за математическата структура „време“, ординалът от двойката съответства на настоящето, добре нареденото множество от всички по-малки ординали – на миналото, а всички по-големи ординали (от същата мощност) – на бъдещето. Ако сме възприели уговорката „от същата мощност“, то произтичат две следствия:

1. Аксиомата за избора може да бъде ограничена до тази мощност.
2. Ако ординалът е краен, множеството на „бъдещето е празно“, а „времето“ е изродено (без „бъдеще“).

Ако не сме постулирали „от същата мощност“, тези следствия няма да са валидни: аксиомата за избора може пак да е ограничена, но до по-голяма мощност, или да е неограничена. В първия случай бъдещето е ограничено чрез ограничението на аксиомата за избора и в този смисъл „ще свърши“, поради което терминът „есхатологично бъдеще“ изглежда уместен, въпреки че може „да свършва“ в безкрайността (в безкрайно отдалечен момент от време).

И така, след като сме формализирали времето като броене (в общия и нетривиален случай – на множество, което не е крайно), ние вече сме потвърдили възможността единичен елемент да бъде избран. Съществува обаче и друг подход: от цялост да бъде избрана направо нейна част или да бъде съпоставена друга цялост, без да се преминава през посредническата инстанция на броенето или биекцията.

В този случай става дума за проектиране, а не една такава цялост (която според традицията в математиката пак се нарича множество, макар с риск от объркване) се съпоставя число не като брой, ами като нейна „дължина“. Използваният математически термин е мярка, при което обаче – бидейки винаги число – може да се тълкува както като брой (но естествено трябва да бъде цяло неотрицателно число), така и като „дължина“ (тогава е реално неотрицателно число).

Ако въведем вероятността, следвайки класическите по-ранни работи на Колмогоров (Kolmogorov 1933, т.е. не цитираните по-горе, където въвежда принципно различния подход чрез сложността<sup>33</sup>), като отношение на мерки върху множества от пространството на събитията (Kolmogorov 1933, § 1, аксиома III), то лесно бихме могли да обобщим понятието за вероятност до произволно комплексно число (подробен обзор и философска интерпретация в: Пенчев 2012). Тогава естественото тълкувание е, че имаме мерки в две различни пространства на събития, при което те могат да се проектират помежду си: така се задава структура на векторно пространство със скалярно произведение, каквато представлява хилбертовото пространство.

Отсъствието на универсално пространство на събитията обаче торпилира аксиомата за избора. Тогава вместо единното универсално броене, респ. време, гарантирано от винаги добрата наредба, разполагаме с повече от едно, но частични броенета, съответно времена или което е все същото, многоизмерно време (броене), тъй като разполагаме с добра наредба само в същински подмножества на някога универсалното пространство на събитията.

Този обобщен случай се реализира „отляво“, т.е. при отрицателните информационни кривини, съответстващи на положителен принос на небитието, от квантовата механика, а „отдясно“, при противоположна информационни кривини и принос на небитието – от теорията на относителността. И в двата случая универсалният избор е обобщен до проектиране. Макар и сродени чрез проектирането, двете области са противоположни количествено. Това положение на нещата ще се постареем да изтъкваме чрез въведеното по-горе математическо понятие за време и по-специално, чрез разбирането за миналото като вече преброеното и за бъдещето – като още непреброеното (не е необходимо уточнението дали изобщо може да се преброи по започнатия начин, или не).

Ключа ни дава знакът на величината, която нарекохме принос на небитието. Всъщност „отляво“ възможното е реално и това съответства на ситуацията, когато въпросната възможност, макар и да не се реализира в момента, се е осъществила в поне един минал момент. Отрицателният опит от миналото е наистина опит и увеличава косвено вероятността на положителния. Всъщност това положение на

---

<sup>33</sup> Преглед на различните подходи на Колмогоров към понятието за вероятност и съответно към строгото му математическо дефиниране се съдържа в: Vovk, Shafer 2003.

нещата, което сега само допълваме с математическа обосновка, е добре известно не само във философията, но и в общоприетия „здрав разум“.

Не така стои обаче въпросът „отдясно“: тогава възможното е просто въображаемо, то е чисто хипотетично и само теоретично допускаме, че може да се случи в бъдещето. Вероятността да не се случи, т.е. количественият принос на небитието, е с отрицателен знак спрямо вероятността да се случи, спрямо „приноса на битието“. Такъв възглед е отново широко разпространен във философията и здравия разум.

Какво следва? Миналото съответства на областта с отрицателна информационна кривина, бъдещето – с положителна, настоящето – с нулева. Тъкмо последното е областта на нескритостта, на феномените, от която естествено тръгва, но и в дълбоката философска основа следва да тръгне нашето познание, за да опише противоположното по математически знак, но сродно като скриване особен тип битие на миналото и бъдещето. Именно настоящето уравновесява сложност и случайност, качество и количество, дуалните страни на всяка допълнителност, на нашето питагорейство и е абсолютната отправна точка за изследване на миналото и бъдещето, на времето и битието.

‘Стрелата на времето’ „мести“ еднообразно репера на нулевата информационна кривина по посока на положителната експлицитно, но заедно с това имплицитно запазва разликата между минало и бъдеще, между отрицателна и положителна информационна кривина. В настоящето обаче, бидейки с тотално нулева информационна кривина, биха могли да съществуват участъци както с положителна, така и с отрицателна информационна кривина, съответно в настоящето времето е (все още) обратимо.

Можем вече да забележим, че при възприетите по-горе определения, от противоположния принос на небитието в квантовата механика и теорията на относителността следва също така и че са фундаментално различни по отношение на концепцията си за времето. Квантовата механика акцентира върху времето като минало, а теорията на относителността – като бъдеще. Съответно и особено релефно това проличава в различния начин на реконструиране на отсъстващата друга половина от времето. Фактически квантовата механика третира „своето“ бъдеще като минало, все едно от гледна точка на една завършена и в този смисъл актуална, действителна вечност, докато теорията на относителността, обратно,

„своето“ минало – като бъдеще и следователно, като предстояща и потенциална, възможна вечност. Съответно явленията на сдвояване (entanglement) и на гравитация са един и същ тип, но видени в противоположна времева перспектива.

#### 42. „Dazeit“ и цикличното време

Виждаме, че във философски план се нуждаем от една обобщена модалност, която да включва възможността и действителността. Тя следва да се отнесе към вечността, така че да може да я разглежда едновременно в противоположните модалности на възможност и действителност, на минало и бъдеще. Тя е необходима и за настоящето, за да осъществи сливането на минало и настояще, което и именно я конституира като равнопоставен времеви модус. Най-сетне, поради това че се проявява единосьщо в настоящето и във вечността, тя не просто ги сродява, но позволява да се погледне на тях атемпорално като на нейни различни ипостаси. Съчетавайки в модалност тотални противоположности, може да я отъждествим с модалността на Абсолюта.

За нея ще използваме термина *Dazeit*, който е неологизъм от немската дума *Dasein* със значение на битие (Пенчев 2008: 113-118), но придобива принципно нов, макар и обобщаващ смисъл във фундаменталната онтология на Хайдегер.

Видяна вече в перспективата на *Dazeit*, фундаменталната онтология се преобразува във фундаментална история: много грубо казано, тя е възможно-необходимият (както и необходимо-възможният) ход на историята.

Обратно, *Dazeit* може да се мисли като *Dasein* (положен) във фундаменталната история (Пенчев 2008: 98-133).

Освен това, съчетавайки характера на (абсолютната) модалност и на (универсалното) битие, проявяващо се заедно в настоящето и вечността, *Dazeit* може и следва да се разбира като битието на времето (Пенчев 2008: 113-118).

Очевидно тези разкривани полагания са утаени в пластове, по-дълбоки от всяка онтология, включително и от фундаменталната онтология. Ако обаче сега се изкачим обратно, към онтичното или науката, то тук проекцията или представителството на *Dazeit* ще бъде информацията, мислена като отношение на възможности и следователно, като степен на подреждане по зададения еталон на едната от двете относими възможности. Най-сетне тя би допуснала количествен израз като отношение на вероятности, като условна (наричана и относителна) ентропия. Веднага се вижда, че такава интерпретация е съзвучна с подхода на

Колмогоров и Мартин-Льоф за алгоритмично тълкуване на относителната ентропия, информацията като относителна сложност или отношение на сложности.

Доколкото се опитахме да представим едно аксиоматизирано разбиране за времето, то от него би могло да се изведе подобен подход относно *Dazeit* с елементарни дедукции.

Квантово-механичната вечност предполага най-голям ординал или последен момент от време, спрямо който всички са минали. Обратно, вечността на теорията на относителността изисква най-малък ординал или начален времеви миг, спрямо който всички са бъдещи.

Накрая, *Dazeit*, който следва да отъждестви двете вечности, ще предложи съвпадението на най-големия и най-малкия ординал в една особена точка, настоящето, и във вечността.

Това може да се случи само при циклично време. При него е възможно както напълно да отсъства линейна компонента на времето, така и да бъде добавена и обединена с циклична под формата на спирала, което е в съзвучие с хегелиански концепции за времето. Съответно цикличната концепция за времето имплицира неограничимо броене в двете посоки, както и идемпотентност на добрата наредба при обръщане посоката на броене. Идемпотентността съвпада с „двупосочен“ или усиления вариант на аксиомата за избора, която изисква – видяхме по-горе – конструктивност и оттук повторимост на избора.

Неограниченото броене в двете посоки е принципно различно в двете разновидности на цикличното време – кръговата и спиралната. В скоби можем да добавим, че заради коректността на нагледа трябва да приемем радиуса, съответното обиколката на окръжността на кръга или на проекцията на спиралата, за безкраен. При кръговото двупосочно броене просто ще добавим една отрицателна безкрайност, като броенето е собствено, т.е. или се изключват неброими безкрайности, или то се осъществява след прилагане на неограничена аксиома за избора, заместваща спиралата с кръг, напр. след проекция.

При спирално двупосочно броене, броенето не е собствено, тъй като е валидна аксиомата, че за всяко множество съществува множеството от всички негови подмножества. Ако е валидна аксиомата за фундиране, която обаче забранява обратната посока на спиралата, попадаме в канторовска теория за безкрайността. Очевидно в нашия случай, трябва да разрешим неограничено фундиране и

съответно да постулираме за всяко множество съществуването на „множествологаритъм“, т.е. такова, за което множеството от всички подмножества съвпада с изходното.

В случая на безкраен кръг интерпретираме съпадението на двете частични „вечности“ – на квантовата механика и на теорията на относителността – чрез математическа структура „циклично време“ (съответната на *Dasein*) не само в настоящето, но и във вечността непосредствено, чрез целостта на кръга. Всъщност тогава точката на настоящето и безкрайният кръг на вечността представляват двата гранични елемента на параметрично множество от окръжности. Ако обаче сме отъждествили настоящето и вечността, с това само повтаряме на метаравнище, което обаче чрез самото повторение и идентифицираме като обектното равнище, операцията „циклизиране“, която се извършва чрез отъждествяване на най-малкия и най-големия елемент. И „битието“ по Хайдегер, и „съзнанието“ по Хусерл са или се образуват като тоталности чрез такова затваряне, циклизиране, след което възможността за каквото и да било разграничение между тях отпада именно по силата на единоръчната им тоталност: те се оказват не повече от различни имена на целостността, заявяващи като своя равностойна претенция нейната същност. Те не отхвърлят своето друго – другото име, а го включват в себе си.

Нека подчертаем, че Хусерл дефинира феноменологическата редукция иоттук феномена чрез „епохе“<sup>34</sup> – т.е. чрез „заскобяването на света“, всъщност по нашето тълкувание, чрез отъждествяване на света със съзнанието изобщо като „абсолютно поле на опит“:

*Феноменологичната редукция като епохе е въведена в Гл. 1, обаче още не е показано, че чрез нея израства едно универсално, затворено в себе си безкрайно и абсолютно поле на опит, което, понеже светът е поставен извън играта, не може да бъде реално поле, следователно нищо подобно на психологическото съзнание (Husserl 1976Id(2): 630).*

<sup>34</sup> Феноменологическото епохе или редукция [e] необходимата операция, която, докато стоим на натуралистичната почва, ни прави достъпно „чистото съзнание“ (по-добре, чистата субектвност), от една страна, се схваща и описва един нов вид регион на битието, едно никога не съзерцавано чисто и в неговата универсалност единство, от друга страна, абсолютен регион на битие, който носи в себе си всички мислими региони на битието по първа предстоящи да се установяват начини (Husserl 1976Id(2): 628).



Следователно, ако както по-горе циклизирането води до тяхното съвпадение, то може поне да се предположи като хипотеза – на основа на Хусерловия подход – и обратното: и така да се установи тъждественост или поне еквивалентност (изоморфизъм) на "тоталност, получена чрез циклизиране", и 'феномен'. Това е една друга възможност за дефинирането му, съответна на основната идея сега. Оттук ейдетичната редукция, която открива „особения елемент“, който – бидейки едновременно най-малкия и най-големия – позволява зацикляне и превръщане разглеждания обект или съвкупност в тоталност. Виждаме едва сега, по един друг начин тясното единство на ейдетичната и феноменологичната, а по същество и на трансценденталната редукция, върху което акцентира Хусерл в друга светлина (Husserl 1976ld(1): 228).

Тъй като виждаме, че при нашия подход получаваме перспективата за многократно и дори неограничено прилагане на „циклизиране“, то бихме могли да я възвестим в епистема или в самата епистема. Досега ние противопоставяхме една феноменна, евентуално дуална епистема на класическата двуполюсна, сега обаче вече получаваме възможност да ги обединим чрез отъждествяване на двата полюса, при което ще получим огромно многообразие за всяка конкретна екземплификация на двуполюсната схема. И така, оказва се, че следва да мислим понятието за феномен обобщено, като сливане на хоризонт и позиция. Грубо казано все, по-пълното потапяне в собствената позиция ни възвръща в хоризонта обаче през една безкрайна точка, корелативна на настоящето. Съществена е сега не нейната безкрайност (напр. безкрайна отдалеченост), а еднополюсността.

Електромагнитната вълна и по-точно математическият ѝ модел предлагат континуален наглед за съчетаване и плавно преобразуване между двуполюсно и еднополюсно битие, съответно чрез електрическата и магнитната компонента. Фундаменталната константа на максималната или граничната скорост на светлината за гладко преобразование в пространството можем вече да я мислим като обусловена от самата граничност за гладко преобразуване между двуполюсност и еднополюсност и обратно.

Възприето е концепцията за циклично време да се смята за хронологично първата, дори „примитивната“, подсказана от естествения кръговрат на годишните сезони или на нещата. Тя се революционизира от християнската концепция за време, която разкъсва цикъла, в линейно развитие от Сътворението до Страшния

съд, т.е. ограничено с начало и край. Редица немски философи, напр. Хегел, Шопенхауер, Ницше, Хайдегер, под една или друга форма отново включват цикличността експлицитно или имплицитно в своите обсъждания за времето. Достатъчно е да се спомене „вечното завръщане“.

Времето във физиката възниква на основата на християнското линейно време. Теорията на относителността и квантовата механика останаха в неговата парадигма, макар и за втората това да беше мъчително, свързано със съмнения и колебания. Следва обаче да се запита дали и в каква степен концепцията за линейно физическо време е подкрепена от експеримента и в каква е наш общ предразсъдък, плод на инерцията на християнската култура. Очевидно Сътворението е секуларизирано във физическата хипотеза или теория на Големия взрив. Доколко обаче опитните данни, привеждани в негова подкрепа, не допускат алтернативно обяснение чрез хипотеза за циклично (евентуално безкрайно) време?

Обсъждането на тези въпроси би излязло далеч извън обхвата на настоящия текст. В неговите рамки, обаче, единният информационен подход към квантовата механика и теорията на относителността подсказва и може би необходимо изисква циклизиране и съответно циклична концепция за времето. Видяхме по-горе, че това би било съзвучно с обобщаване на Хайдегеровата фундаментална онтология и *Dasein* със и във фундаментална история и *Dasein*.

Известни са трудностите за обединяването на квантовата механика и теорията на относителността в единна теория на четири основни физически взаимодействия, т.нар. Великото обединение. Теория на квантовата гравитация, която да се вписва в Стандартния модел, няма.

В настоящето изложение е естествено мястото за хипотезата, че причината за това е много по-дълбока и се корени в самата епистема. Съответно тяхно обединение би било възможно след преобразуването, като се опитваме да скицираме нейните контури.

#### **43. Аксиома за кохерентността**

Нека обърнем внимание, че аксиомата за избора имплицира относителност на броимо и неброимо, така да се каже, в едната посока: колкото и „гъсто“ да е едно неброимо, то все пак в него съществува добра наредба и следователно може да се преброи. Обратното би било една холистична хипотеза или аксиома за кохерентността (целостността, неделимостта): всяка добра наредба (разделяне на части)

може да се премахне, така че всяко множество да се разгледа като неделима цялост, като кохерентна суперпозиция на своите състояния или части в смисъла на квантовата механика. С други думи, всяко множество може да се разгледа като елемент. Обратното, че във всеки елемент може да се открие вътрешната структура, като се разчлени на преброими части, се гарантира от аксиомата за избора. От обсъденото по-горе следва, че съвкупността от обичайната аксиома за избора и сега добавената аксиома за кохерентността съвпада с „двупосочната“ или усилената аксиома за избора.

Ако се допусне неограничено правило за изключеното трето, то всяко множество е или елемент на себе си, или не е елемент на себе си, но във втория случай по силата на аксиомата или е елемент на друго множество, или не е елемент на никое множество. Обаче такъв елемент, който не е елемент на никое множество, трябва да съвпадне с множеството от всички множества и по силата на аксиомата за кохерентността да е елемент на себе си. С това се очертава нова и необикновена перспектива за „квантово“, по-точно дуално решение на теоретико-множествените парадокси. С примера на множеството от всички множества, които не принадлежат на себе си, аксиомата за кохерентността ни разрешава да разглеждаме всяка една от двете противоречиви алтернативи, но ни забранява да ги разглеждаме заедно, т.е. постулира дуалния им, допълнителен характер.

На пръв поглед аксиомата за кохерентността ни насочва към следния тип философско решение: при възникване на неразрешимо противоречие да се забранява разглеждането на взаимно изключващите се алтернативи заедно. Така ще останем в рамките на универсално правило за изключеното трето и няма да въведем възможността сред действителността или да има нужда от виртуализиране на онтологията. Квантовата механика в стандартната си интерпретация се придържа или поне е склонна да се придържа към такава позиция. Тогава нямаме нужда от въвеждане на вероятността и особено на квантовата вероятност като количествена мярка за възможността в качеството на онтологическо трето.

С това обаче аксиомата за кохерентността беше мислена прекалено широко, в смисъла на отслабено, не по начина и в контекста на настоящето изложение, в което – както показвахме малко по-горе – водеща е цикличността. Приложена към аксиомата за кохерентността, тя изисква целостта на едно множество да се разглежда единствено като елемент на самото него, т.е. според също използвания по-горе термин –

като неговия „особен елемент“. Следователно предлаганата усилен аксиома за кохерентността има следната проста формулировка: всяко множество има особен елемент. Малко по-различни и по-скоро философски твърдения са феноменологическата или питагорейската парафраза, съответно: ейдетична редукция е винаги осъществима и на всяко нещо е (представлява) и точно едно число (математическа структура).

При примера на множеството от всички множества, които не принадлежат на себе си, усилената аксиома за кохерентността изисква то да е празно, а празното множество да е елемент на себе си и т.н., и т.н., т.е. включва в себе си т. нар. аксиома за безкрайността.

Самореференциалността, ограничена сега до множеството от всички множества, които принадлежат на себе си, не поражда проблеми и тази констатация е обобщена достатъчно широко за нашите цели в теоремата на Мартин Лъоб (Löb 1955). Бихме направили още една крачка в същата посока, ако заявим, че цикличността е необходима за „основите на математиката“, за да ги укрепи срещу „кризи“ и тъкмо на това помага аксиомата за кохерентността.

Как това ще стане? Трябва да покажем как всяка математическа структура имплицира добра наредба и се циклизира като цялост. Обратно, на всяка една цялост ще съпоставим точно една математическа структура и това съпоставяне ще се мисли като пределно обобщена аксиома за избора. Тогава между цялост и ред се постулира – чрез двете за двете посоки – взаимно еднозначно съответствие. Тази еднозначно определена структура може да се мисли като собствения ред, изискван именно от целостността на целостта, а информацията да се определи като тази фиксирана двойка от цялост (система) и ред (структура).

Всяка математическа структура може да се тълкува като обобщено число, съпоставено на цялост по следния начин. Тя разделя свойствата или степените на свобода на фиксирани (логически константи) в аксиомите, които я дефинират, и свободни (логически променливи). Това разделение може да се оприличи на един бит информация за всяко свойство. Да отбележим мимоходом, че в онтологичен план противопоставянето на истина срещу лъжа в логиката е съвсем различно и може би дори противоположно на теоретико-информационното обединяване на стойностите '0' и '1' в рамките на един бит. Подходът на логиката съответства на линейност, а този на теорията на информацията – на цикличност. Идеята за бит е

холистична за разлика от редукционистката идея за истината като *adaequatio*, (ако е) възприета от логиката.

По-нататък, ако обединим стойностите на битовите за всяко свойство, фиксирано или не в математическата структура (естествено е да смятаме, че са безкрайно множество), то ще получим стойността на един кюбит като обобщено число за дадената математическа структура. Тогава  $\Psi$ -функцията ще представлява една конкретна добра наредба на всички математически структури или квантовият номер на един квантов компютър. Така светът ни се открива откъм една своя, досега скрита, за някои може би дори отблъскваща, фундаментално-изчислителна страна.

В най-общ план холистичността и цикличността вървят ръка за ръка, както впрочем и числовостта. Всъщност в квантовата механика и информация вече боравим със самата вселена, която обаче идва поради изначалната цикличност от „най-малкото“, от „квантовите обекти“, напълно в духа на възгледите на Николай от Куза.<sup>35</sup>

---

<sup>35</sup> Maximum, quo maius esse nequit, simpliciter et absolute cum maius sit, quam comprehendi per nos possit, quia est veritas infinita, non aliter quam incomprehensibiliter attingimus. Nam cum non sit de natura eorum, quae excedens admittunt et excessum, super omne id est, quod per nos concipi potest; omnia enim, quaecumque sensu, ratione aut intellectu apprehenduntur, intra se et ad invicem taliter differunt, quod nulla est aequalitas praecisa inter illa. Excedit igitur maxima aequalitas, quae a nullo est alia aut diversa, omnem intellectum; quare maximum absolute, cum sit omne id, quod esse potest, est penitus in actu; et sicut non potest esse maius, eadem ratione nec minus, cum sit omne id, quod esse potest. Minimum autem est, quo minus esse non potest. Et quoniam maximum est huiusmodi, manifestum est minimum maximo coincidere” (Nicolai de Cusa. Opera Omnia. De docta ignorantia. Vol. I: De docta ignorantia. – Capitulum IV. Maximum absolutum incomprehensibiliter intelligitur; cum quo minimum co incidit. – [http://www.hs-augsburg.de/~harsch/Chronologia/Lspost15/Cusa/cus\\_d100.html#04](http://www.hs-augsburg.de/~harsch/Chronologia/Lspost15/Cusa/cus_d100.html#04), посетен на 01.10.12).  
 Български превод: „Единственият начин да се докоснем до простия и абсолютен максимум, от който нищо не може да е по-голямо, е да постигнем неговата непостижимост, защото като безпределна истина е твърде голям за възможността ни да го обхванем в познанието. Щом като природата му е различна от природата на нещата, които допускат превишаване и превишаване, то той надминава всичко, което можем да схванем. И наистина всички неща, които се възприемат чрез сетивата, разсъдъка или разума, се различават до такава степен вътре в себе си и помежду си, че между тях никога няма точно равенство. Следователно максималното равенство, което не се явява нещо друго или различно за нито едно нещо, надвишава всяко разбиране. Ето защо, след като е всичко онова, което може да съществува, абсолютният максимум е изцяло в действителност и, както не може да е по-голям, със същото основание не може и да е по-малък, бидейки актуално всяко възможно битие. От своя страна, максимумът е онова, от което няма нищо по-малко, а тъй като и максимумът съществува по такъв начин, явно минимумът съвпада с максимума” (Николай Кузански. За ученото незнание. С.: Наука и изкуство, 1993, 35-36).

С помощта на двата нагледа за цикличност – кръга и спиралата – противоположните по смисъл аксиоми за избора и кохерентността могат да се представят съответно като преобразованието (проекцията) на спиралата в кръга и обратното. Последователното би било да добавим цикличност и към самата спирала като цяло, като съединим края и началото. Бихме могли начина на получаване на циклична структура да продължим да репродуцираме неограничено, при което би възникнала своеобразна фрактална структура на основата на кръга. Ако заместим кръга със сфера и я интерпретираме като кубит, бихме получили цикличната фрактална структура, съответна на хилбертовото пространство. То на свой ред може да се тълкува като линейния вариант, тъй като след линеаризиране заедно с цикличността ще изчезне и фракталността. Може да се допълни, че цикличното измерение за разлика от линейното сякаш е „огънато“ спрямо едно второ допълнително измерение. С това инвариантността по отношение на линейност и цикличност имплицира още на едно фундаментално или философско равнище своеобразна „огледална симетрия“ или Т-дуалност (термините са заети в качеството на философско обобщение от теорията на суперструните, включваща идеята за суперсиметрия) между четните и нечетните измерения, респ. еквивалентност на реципрочните разстояния, в духа на вижданията на Николай от Куза за единосьщието на малко и голямо.

Характеристиката „цикличност“ на времето е тясно свързана с тълкуването му като броене, от каквото всъщност потеглихме и от дуалистичното питагорейство. Тази връзка е толкова същностна, че се запазва като теорема при една от най-фундаменталните математически структури – групата. Въвежда се свойството цикличност на група, което добре представя нашата идея за цикличност на времето, освен това – безкрайни циклични групи. Доказва се, че циклични групи, в т.ч. и безкрайните, са непременно броими (напр. Hungerford 1996: 35).

Според нашия наглед с кръга и спиралата, броимостта се свързва с оставането в кръга, евентуално под давлением на аксиомата да избора, вместо изкачване на нова витка в спиралата и това е очевидно еквивалентно на цикличност. Оттук могат да се съпоставят броимост и цикличност. От една страна, оставането в кръга, т.е. цикличността означава броимост, тъй като няма начин да се различат мощностите „при различен брой обороти“. От друга обаче, броимостта има поне два модела, цикличен и линеен.

#### 44. Решетки върху кюбит

Към идеята за броемост на времето беше добавено още нещо, за да се получи цикличният модел. Това беше тъкмо „затварянето на кръга“, провокирано от отъждествяване на края и началото, на последния с първия ординал. Осъществяваше се под все по-радикални лозунги: за съвместяване на теорията на относителността с квантовата механика на информационна основа, после за отъждествяване на бъдещето и миналото обаче не на основа на обратимост на времето, т.е. не чрез обръщане на стрелата на времето.

Ако направим това отъждествяване, то губим възможността за типа на поляризираната логика, към който принадлежи класическата булева решетка. Вместо нея ще възникне циклична решетка и съответно, нов тип циклична логика (Yetter 1990)<sup>36</sup>. Ако изходна база за нейното построяване е булевата, то тя ще притежава „скандалното“ свойство за отъждествяване на истината и лъжата. В такъв случай разделението ще е само между тавтологии (без значение дали тавтологични истини или тавтологични неистини) и (нетавтологични) пропозиции или с друга терминология, между аналитични и синтетични съждения, между пропозиционални константи и променливи. Това, разбира се, е „логически трансцендентализъм“<sup>37</sup>.

Ако цикличната логика е получена на основата на многозначна, то бившите междинни стойности на истинност ще следва да се тълкуват като степен на промен-

---

<sup>36</sup> Въпреки че под „логика на квантовата механика“ авторът няма предвид теоретико-решетъчните конструкции на Биркхоф и фон Нойман, а некомутивативната конюнкция „и после“ (Yetter 1990: 41), все пак първите, „изгонени през вратата“, влизат „през прозореца“ чрез кванталите, тъй като лозунгът на работата е: „квантали + представима дуалност = линейна логика“ (пак там). Всъщност „и после“ моделира некомутивативността времево. В предишна работа съм показал, че квантовата механика може и изобщо да се интерпретира времево (Пенчев 2009: 185 и сл.). Макар обаче некомутивативността да е достатъчно условие за квантови корелации, тя не е необходимо, както показва теоремата на Коушън и Шпекър (Kochen, Specker 1967). Следователно една „логика на квантовата информация“ би трябвало да е по-обширна от „линейната логика“ и дори може би от „логиката на кванталите“.

<sup>37</sup> Употребата на термина „логически трансцендентализъм“ е многообразна и противоречива. Нямаме възможност да навлезем в критично подреждане из неговите дебри. Ограничаваме се със смисъла, близък до изследователите на Витгенщайн и неговия „Логико-философски трактат“: „Тук това, което бихме могли да наречем Витгенщайнов „логически трансцендентализъм“ (защото той твърди, че логиката е условието за възможност и на езика, и на света) води до резултата, че природата на логиката не може да бъде причинно изразена: все пак остава възможността да се твърди факта на тази неизразимост“ (Hanna 2006: 6). От друга страна и в не по-малка степен бихме искали да подчертаем чрез термина връзката между Кантовото учение за „аналитични и синтетични съждения“ с неговия априоризъм и трансцендентализъм. Начинът, по който го употребява Пърс, обаче е омонимичен (Pierce 1984: 73) и в случая не него имаме предвид.

ливост, която ще има своята максимална стойност при еднаква отдалеченост от двата бивши полюса. На такава основа отново бихме могли да възстановим полярната логика, но като частен случай или по-точно – структура върху цикличната.

Общоприето е, че по времето на възникване и утвърждаване на класическото питагорейство концепцията за времето е циклична. Това навежда към питането: дали не е именно цикличната броимост, която да фундаментализира понятието за число и обратно, линейната броимост, която да го маргинализира. При пръв поглед това е така, цикличността – видяхме току-що – изисква броимост и поради това универсализира числата като знаците на броенето. Обратно линейната броимост имплицира висши мощности – по модела, съзрян от Кантор (Cantor 1932) – и оттук числата само външно се отнасят към континуума, като въпросът за неговото пълно конструктивно или дори финитно аритметизиране остава фундаментална дилема в духа на Хилбертовите проблеми. Ако континуумът се противопостави на всяка крайност, това изисква една специална хипотетична, и то, забележете, трансцендентна математическа същност – актуалната безкрайност. Така дори и в самата математика прониква идеята за отвъдната на математиката реалност, спрямо която нейните структури вече се обособяват, капсулират и противопоставят като модели. Математиката започва индиректно да се „поти“ над въпроса за трансцендентната реалност в собствените рамки, оставащи иманентни. Така бихме могли да осмислим „кризата в обосноваването на математиката“ в началото на XX век, от която и досега не е намерен безусловен изход. Фундаментализирането на числото при питагорейството, на каквото навежда цикличността на времето, обаче има и друго, вече същностно измерение. Ако не се даде възможност на полюсите да се обособят, то това не може да се случи и с логиката. Обратно, обособяването е исторически наблюдавано при Аристотел именно след завършване маргинализирането на числото след питагорейството, осъществено последователно през неговото профанизиране и възвестяване на „Логоса“ при Хераклит, през Платон и „идеите“ към изучаване на философските категории именно в езика и изречението при самия Аристотел. Така питагорейството се откроява като другото на логиката, което може да е – и исторически и онтологично се осъществява – именно „преди“ и „след“ логиката.

Най-сетне можем да мислим самата цикличност като своеобразен „корелат“, аналог на другия полюс в двуполусния модел, от който е останал новопроизведен само един полюс – числото или феноменът. Така бихме могли да тълкуваме смисъла



на „жизнения свят“ от последната работа на Хусерл (Husserl 1976K: 48-54) като този корелат именно в контекста на „галилеевата математизация“ (Husserl 1976K: 20-60), която според неговата критика въвежда числото само несъщностно, което е неизбежно след като двуполюсната схема и линейното християнско време остават недокоснати.

Ако си позволим да перифразираме този модел, можем да говорим не за число и „нещо реално, за което то се отнася“, а за число и контекст, който от това се тълкува като негов. Например 64-те хексаграми на И Цзин, китайската Книга на промените са такива, и то циклизирани числа, на които съответстват различни контексти, разкривани в ситуацията на „сливане“ на числовия полюс, „феномена“ и неговия наличен жизнен хоризонт в конкретното гадаене.

Цикличното разбиране за времето насочва физиката да се разбира като мястото, от което математика влиза в света, тъкмо както времето като физическа величина въвежда числови стойности за физическите величини като техни стойности за дадени моменти от време, вече получили числово име.

Според теоремата, понякога наричана основна, за цикличните групи (напр. Hungerford 1996: 35) всяка подгрупа на циклична група е също циклична. Ще пренесем това по отношение на цикличното време по следния начин: ако времето е циклично, то и всеки интервал е също цикъл (подцикъл). В този контекст бихме обърнали внимание, че основната физическа величина на енергията, която е и квантовият корелат (спрегнатата величина) на времето, може да се приравни – както прави за първи път Айнщайн през 1905 г. (Einstein 1905Ü) – на реципрочната стойност на брой елементарни цикли за единица време, ако големината на константата на Планк се тълкува като величината на един елементарен цикъл.

Така по философско-математически път се насочваме към основната идея на типа на струнните теории във всичките им разновидности и съвременни обобщения<sup>38</sup>. Почти всички изискват само „затворени струни“, които съответстват на нашите времеви цикли, а само няколко, и то ранните, освен затворените и отворени. Светът се мисли като „направен“ от цикли време. Така времето е субстанцията на света и такова разбиране в крайна сметка не е много по-различно от – и по същест-

---

<sup>38</sup> Концептуален обзор на струнните теории, подходящ за образовани неспециалисти се съдържа напр.: McMahon 2009 или Морозов 1992.

во е корелативно на – схващането на енергията като физическата първооснова на света.

Ако циклите бъдат разтворени, ще се получи една решеткоподобна математическа структура, която имплицира много сложна, но логическа структура на света. Всеки бивш цикъл, а сега отсечка в решетка, ще е една добра наредба в частично нареденото множество. Така изначалната числовост, съчетана с цикличност, се оказва (поне донякъде) еквивалентно представена чрез обичайните за нашето съвремие възгледи за линейно време и логическа структурираност на света, който обаче сам по себе си е другият полюс спрямо нашето познание.

Сега ще обърнем внимание на едно обстоятелство от тип, който „сериозните учени“ биха пренебрегнали като случайно.

За съжаление или по-скоро за щастие нашето тълкуване на случайността като сложност ни лишава от естественото оправдание за подобно действие.

Става дума, че терминът на английски за „струна“ е „string“ и за разлика от българския – „струна“, той се използва за означаване на алгоритмична или числова последователност. Така ние ще кирилизираме термина като „стринг“, за да обозначаваме заедно (затворена) струна и кодиращо я число, алгоритъм, който се получава след нейното разтваряне и според питагорейската хипотеза е точно един и еквивалентен.

Само ще изкажем засега хипотезата, че всеки стринг в този смисъл е изоморфен на кюбит, но ще отложим систематичното и подробно обосноваване за друга публикация.

Може да се подчертае разликата между обратимост на линейно време и неговото „зацикляне“, което всъщност запазва стрелата на времето. Видяхме по-горе, че може да се обсъжда обратимост и на цикличното време.

По-интересно е да се разгледа начинът на циклизиране, а преди това – на линеаризиране на една тримерна сфера (кюбит), за да се покаже, че – за разлика от равнинния случай: кръг и отсечка – в кюбита линейната и цикличната форма съвпадат. Наистина кюбитът е изоморфен на повърхността на единична сфера и точка от нея (респ. така определения тримерен вектор). Следователно кюбитът може да се мисли като ориентация на сфера и оттук – като ориентирана сфера. Антиподът на точката е другият полюс, да го обозначим като отрицателен, и оста на сферата от отрицателния към положителния полюс задава посока за всички меридиани и в този

смисъл осъществява линеаризиране на сферата. Нещо повече, така ориентирана сферата поражда върху своята повърхност (както и по разпространяващата се сферична вълна, хирерконуса в пространството на Минковски) континуална частична наредба и оттук неизброима съвкупност от решетки, които ще наричаме оплетки, за специалния случай върху сфера. Как?

За всеки две точки, различни от полюсите, съществува точка, по-близка до положителния (северния) полюс, която ще тълкуваме като максимум, и друга, по-близка до отрицателния (южния) полюс – техният минимум. Ако въведем произволна рационална дискретизация за оплетката<sup>39</sup>, то ще съществува най-малък максимум и най-голям минимум за всеки две точки и така ще породим изброима съвкупност от рационални решетки. Няма причина дискретизацията да не се осъществи със стъпка – ирационално число, тогава ще имаме неизброима съвкупност от ирационални решетки. Най-сетне можем да оставим дискретизацията да клони към нула и да получим континуална оплетка. Прибавянето на двата полюса към оплетката я превръщат в свързана, т.е. с абсолютен максимум и минимум. И така ясно показвахме, че кубитът е съвкупност от всички възможни решетки върху единичната сфера. Заедно с това всеки конкретен кубит задава една привилегирана оплетка, чиито два периода (две комплексни числа) могат едно-еднозначно да се съпоставят с двата комплексни коефициента на кубита и след естественото нормиране от това, че се разположени по повърхността на единичната сфера, да се приравнят с тях.

Ако съпоставим оплетка и информационна кривина, то тази привилегирана оплетка ще съответства на нулева информационна кривина. Всички „по-гъсти“ мрежи ще са с отрицателна информационна кривина, а „по-редките“ – с положителна.

Бихме могли да преобразуваме нашето разглеждане върху повърхността на безкрайна сфера, при което континуалният характер на оплетките след обратно трансформиране върху единичната сфера, ще се запази дори и при минимална

---

<sup>39</sup> Всъщност всяка достатъчно сложна (т.е. просто нетривиална) решетка предполага тълкуване в термините на „консистентните истории“ (напр. Omnès 1999 181-230), стига за съответното рамо на решетката да се добави вероятност да се осъществи прехода по него. Тъкмо това е основната идея на интерпретирането на квантовата механика по този начин. То демонстрира и е поредният етап за сближаване на логика и физика, налагано от квантовата механика. Може също да се разбере като дискретизация или квантифициране на Файнмановия подход чрез интеграли по пътищата. Ако се постулира дискретен скок от състояние в състояние, то тяхната съвкупност ще образува решетка или консистентни истории. Скоростта на дифеоморфизма е заменена с вероятността за дискретен преход. Изискването за консистентност на историите произтича от нашия подход за цялостност.

стойност за гъстотата на оплетката. Константата на големината на клетката на минималната оплетка върху безкрайна сфера е естествено да се свърже с тази на Планк, още повече, че кубитът, интерпретиран като тримерна сфера, предполага нейната повърхност да представлява подмножество на фазовото пространство.

Това беше линеаризиращият вариант на сферата, който както всяко линеаризиране и въвеждане на два полюса, поражда множество от решетки (логики), в случая – континуално. Нашият замисъл беше още по-амбициозен, а именно да покажем, че върху кубита (сферата) линеаризиращият и циклизиращият вариант са изоморфни.

За целта първо трябва да дефинираме какво ще разбираме под „циклизиран вариант на кубита (сферата)“, т.е. така да се каже собствено информационния, а не логическия вариант на кубита. Според договорената процедура за пораждаване на цикъл просто трябва да отъждествим двата полюса, като ще се условим това да направим върху положителния. При това получаваме тъкмо кубит: повърхност на сфера и точка върху нея. Показването на изоморфизма между логическия и информационния вариант на кубита се оказва тривиално.

Да отбележим, че така получаваме нов тип, и то богато съдържателна епистема, в която двуполусната и феноменологическата, съчетана с холистичната, са еквивалентни. Естествено е в онтологичен план да отъждествим единствения полюс с настоящето и чрез неговия антипод на сферата да разграничим миналото като посоката от антипода към настоящето и бъдещето – като посоката от настоящето към антипода. Така времето се оказва, вместо изначално, че е допълнително породено от настоящето (полюса) и целостността (сферата). Размяната на имената на полюсите, т.е. противоположната ориентация на сферата ще съответства на обръщане посоката на времето. Следователно в нашия подход стрелата на времето получава просто обяснение. Нейната необходимост следва от привилегираността на настоящето, т.е. от самата ориентираност (каквато и да е тя) на сферата.

Върху сферата добрата наредба се съхранява като частен случай, напр. по двата меридиана на всеки голям кръг, и може да се тълкува като ход на времето, каквото се разбира обичайно и ежедневно. То обаче достига до своя крайна точка, възел в оплетката, след което променя своята посока. Добрата наредба обаче ще се запази, ако се движим по несамопресичаща се, непрекъсната линия.

Макар да използвахме отъждествяването на минало и бъдеще във вечността, за да получим метод за зацикляне на времето чрез отъждествяване на двата полюса, по-нататък ще мислим случайността и сложността, квантовата механика и теорията на относителността по-скоро чрез съпоставянето и отъждествяването на еднополюсния и двуполусния модел върху сфера (кюбит). В частност тъкмо така можем да обосновем квантовия компютър (Feynman 1996: 185-211) като принципно различно изчисление от машина на Тюринг. При него случайността и сложността се отъждествяват.

Все пак ако се приеме като изходна сферата с ос, т.е. линейният вариант, конвенционалността да се отъждестви настоящето с положителния полюс може да се преодолее, ако се разглежда инвариантност спрямо отъждествяване с отрицателния полюс, което ще означава инвариантност спрямо обратимост на времето и в „сферичната парадигма“.

Ако обаче изходен е еднополюсният модел, такава инвариантност няма причина да се търси. Склонни сме да се придържаме към последното в рамките на квантовата информация и нейната философия.

#### **45. Фон Нойман срещу Гьодел**

По-нататък следва да се насочим към вникване в принципната разлика на кодирането върху кюбит и бит (Kochen, Specker 1967: 70, esp. "Remark"), която се състои в следното. Като се абстрахираме от вида на числата (чиито цифри в случая на кюбит са безкрайно много), то кодирането върху бит е върху едно число, а при кюбит – нередуцируемо върху две. В какъв смисъл „нередуцируемо“? Двете числа са едновременно неизмерими (ако се интерпретират обратно в квантовата механика, откъдето произхожда 'кюбитът', те са спрегнати величини, подчинени на изискването за неопределеност). Но въпреки че са едновременно неизмерими, те са еквивалентни, поради което кодирането върху кюбит съвпада с кодираното според лелеания в този текст завет на феноменологията. И така след кодиране в кюбит има както и в класическия случай неизразим остатък, то той бива отъждествен непротиворечиво с второто, винаги заедно неизмеримо число. А се доказва, че описанието чрез него съвпада с първото, измеримото и следователно кодирането върху кюбит е пълно. (Разбира се, това е парафраза на фон Ноймановата теорема за отсъствие на скрити параметри в квантовата механика.)

Такова изясняване на пръв поглед примирява квантовото кодиране с предвиденото в прочутата теорема на Гьодел, известна като първа теорема за непълнотата, в чиито рамки кодирането е върху едно число и чийто резултат изключва по принцип пълното кодиране за достатъчно сложния случай, визиран в предния параграф. Тоест изглежда, че противоречието има просто обяснение: става дума за различни случаи.

Всъщност теоремата на Гьодел съдържа един нерешим в нейните рамки казус, който отсъства в случая на квантово кодиране, и това е проблемът дали може да се приложи към самата себе си. Неговата вътрешна неразрешимост може да се покаже по много и разнообразни начини (Пенчев 2010). Поради това двата случая не са еднипорядкови. Квантовото кодиране е общият случай, докато Гьоделовото кодиране изисква допълнителна предпоставка, по същество еквивалентна със самата теорема. Изразено обратно в термините на квантовото кодиране, тя би гласяла, че се забранява самореференциално кодиране, т.е. кодиране на неизразимия остатък след кодирането с първото число чрез второто, заедно неизмеримо с първото, но еквивалентно. В самия текст на Гьодел обаче, който предхожда като публикуване (1931) резултата на фон Нойман (1932), тази „скрита предпоставка“ не е експлицирана, въпреки че сродни твърдения се използват неявно, за да се игнорира прилагането на теоремата към самата себе си.

#### **46. Теорията на институциите**

??Обаче бихме могли да използваме идеите на самореференциалното, квантово, допълнително кодиране, за да доразвиваме логиката по посока на прехвърляне на мост между синтаксис и семантика, например в теорията на институциите:

*Аспектът на правилност на правилното обосноваване се указва чрез аксиоматизиране на понятието за удовлетвореност [на условията], а аспектът на обосноваване се указва чрез позоваване на категорната логика, която прилага теорията на категориите към теорията на доказателството чрез разглеждане на доказателствата като морфизми. Следователно, институциите осигуряват балансиран подход, при който и синтаксисът, и семантиката играят ключови роли (Mossakowski, Goguen, Diaconescu, Tarlecki 2007: 112).*

Теорията на институциите се разглежда или като особена, логическа част от теорията на категориите, или като равноправен, самостоятелен еквивалент на тео-

рията на категориите (Goguen, Mossawski, de Paiva, Rabe, Schröder 2007). Всяка логическа категория, в смисъла на теория на категориите, е институция, а морфизмите между обектите – трансляции (напр. Bueno, Cognitio, Carnielli 2004, Mossakowski, Diakonesku, Tarlecki 2009). Следователно ние ще търсим (поне) една особена институция, в която да може да се докаже изоморфизъм между обект и трансляция, при положение, че обектът и трансляцията са допълнителни в смисъла на квантовата механика. По-надолу ще бъде отделено специално място на някои идеи по този въпрос.

#### **47. Новата парадигма**

Да се върнем отново към философското осмисляне на холистично-информационната парадигма, почерпена от квантовата механика. Твърде изненадваща е новата, активна роля на нереализираните възможности, в настоящата работа обобщавани с термина „небитие“. Тъкмо техният принос определя „информационната кривина“. Нека видим какво означава това що се отнася до нашия свят на положителна информационна кривина, т.е. на положителна ентропия и поради това нарастваща с времето:

В нея небитието чрез своя принос прави света по-случаен от сложността му. Какъв обаче е ефектът за света като цяло от това положение на нещата, което сме свикнали да оценяваме негативно? Причината за отрицателната нагласа е разбирането на случайността като ирационална и противопоставена на рационалната и позитивна сложност. Това е предразсъдък на модерността, формиран в тясна връзка и под влияние на съвременната наука. В резултат на това единственото достъпно познание на случайното е под формата на статистика на случаи, разпределящи се по законите, управляващи обективната вероятност.

Ала ние вече се насочихме към решително обобщаване на този възглед и чрез това към преодоляването му. За нас случайността е вече форма на сложност, а свързаната с нея ирационалност – форма на рационалност. Едва сега можем да изясним ролята на случайността в цялостното движение на света.

От преобладаването на случайността над сложността следва наличието на дискретни морфизми: светът може да се изменя „по-бързо“, отколкото в сравнение с гладкия случай. Може да се използва такава метафора: случайността „влачи“ света в определена посока. Случайността е само видимо хаотична и нейната сила и дейст-

вие остават скрити зад набедената неутралност поради предполагаемото уравновесяване на противоположни случаи.

Оттук пред нас се открива изненадващ смисъл за значението и физическия смисъл на константата на Планк. Дискретният скок, който тя гарантира, задава един пределно допустим минимум на ентропията и осигурява преобладаване на случайността над сложността що се отнася до макро света. Така макро светът може да бъде „влачен“ допълнително в степен, която надвишава собствената му сложност, максималната самоорганизация, която може той сам да достигне чрез постъпателно развитие. Тази естествена сила, която все едно отвън придвижва света, произтича от небитието, от нереализираните възможности.

Къде се генерира случайността? Как се изчислява тази колосална сложност, която виждаме и осмисляме въплътена като случайност? В противоположната област на отрицателна информационна кривина, т.е. според съвременните ни представи в микросвета.

Механизмът, който реализира отрицателната информационна кривина, се изучава от дисциплината квантова информация. Неин обект са явленията на сдвояване (entanglement). Такива са налице, когато хилбертовото пространство на системата не може да се разложи на тези на съставлящите я части като тензорно произведение от хилбертовите пространства за всяка от тях (напр. Bokulich, Jaeger 2010: xiii- xiv). С други думи, на фундаменталното равнище на хилбертовото пространство системата не е адитивна съвкупност от своите части. При това приносът на частите към системата може само да увеличава сложността и да намалява ентропията: квантова системата е винаги поне толкова организирана, колкото механичната съвкупност от своите части.

В нашия макро свят такива свойство проявяват само най-сложните системи, напр. биологическите, социално-историческите, интелигентните. То често се свързва с някаква телеология на системата или със своеобразен стремеж на системата да запази своята цялостност, а понякога и с разумност на системата или на произтичащите системни сили.

Най-изненадващо обаче се оказва, че то е заложено и в системите, които сме свикнали да приемаме за най-простите и фундаментални – физическите. Ако обаче се взем по-дълбоко в придвижваната тук циклично-холистична парадигма, ще разберем, че тя революционизира и нашите линейни представи за просто и сложно,



отново напълно в духа на възгледите на вече цитирания Николай от Куза (Николай Кузански 1993). Най-сложното неминуемо ще ни се представя като най-просто и заради това, че във физическите микросистеми ние боравим с тоталността на вселената, множество доводи за което вече бяха приведени по-горе: това е една от основните теми в настоящата работа. Нека само подчертаем, че тоталността на вселената, принципната уникалност, единичност би следвало да изисква зациклянето в най-малкото и простото.

Тоталността, вселената, целостта ни се представя всъщност поради цикличността и независимо от това, също и непрекъснато циклично като най-простото: във фундаментална математическа структура, по питагорейски съвпадащата с битието, като каквото изследваме хилбертовото пространство.

Можем да добавим цикличността и като относителност на наблюдател и наблюдавано, и в крайна сметка – на обект и субект, чрез примера с разширяващата се (и дори може би ускоряващата се) вселена.

Наистина имаме видимо раздалечаване. Но неговото наблюдаване почива на една скрита аксиома – за постоянството на мерките на самия наблюдател. Наистина ако напротив, приемем, че той се свива („реципрочно“), а вселената е стационарна, то ние ще получим точно същата наблюдавана картина.

Как може да се обясни физически такова свиване? Например чрез гравитационен колапс („черна дупка“) в достатъчна близост до наблюдателя, която едновременно го притегля и свива. Но ще разбере ли това наблюдателят, или ще създаде научна теория за „Големия взрив“ чрез който да обясни наблюдаваното като външно?

Известно е, че в човешкото познание съществува тенденция – най-известният пример е геоцентричната система, превърнал се дори в нарицателно – за ексториоризация на движението „навън“ и „отвън“, съответно за неподвижност на наблюдателя. Дали и сега не се сблъскваме със специфично проявление на този познавателен феномен? Ако е така, двете гледни точки – на движение на наблюдателя и на движение на наблюдаваното – макар и да дават първоначално донякъде сходни резултати, все пак допускат експериментални различия (поне по принцип), – поради което една от двете гледни точки е възможно да се отхвърли като погрешна.

Интересуваме се също така – и дори всъщност в много по-голяма степен – и от физически или онтологичен принцип, който да изисква инвариантност спрямо

двете гледни точки. Разбира се, специалната и обща теория на относителността постановяват и установяват равнопоставянето на отправните системи, но самото понятие за отправна система изисква „начало“ и следователно принципът на относителността, колкото и да е „общ“, съпоставя точки от двете непрекъснати траектории, и дори диференцируеми, за да е дефинируема 'скорост'. В случая, който започнахме да обсъждаме, става дума за донякъде по-различен тип относителност: напр. онагледима като относителност на центъра и фронта на разширяваща се вълна.

Нашите разсъждения сега могат да се подпомогнат от изгледа на светлинния конус в пространството на Минковски, проектиран в тримерното евклидово пространство като сферична вълна, разширяваща се със скоростта на светлината. Това е само областта на бъдещето от светлинния конус. А миналото? То би изглеждало като свиване от сферата достигнала безкраен радиус обратно до точката на наблюдателя. Това, разбира се, е тъкмо „другата половина“ на търсения нов вид относителност. Тя сега ни се представя като добре известния принцип за инвариантност на физически закони спрямо това дали протичат в бъдещ или минал момент. Дали хипотезата за „Големия взрив“ отговаря на това условие? Поне на пръв поглед – да, тъй като предполага еднакви закони, но различни условия, поради което се проявяват по различен начин.

Това, което ще подчертаем, е, че подходът, при който светлинният конус, дори и безкраен, е цикличен, не противоречи на такъв тип принципна относителност, изискваща инвариантност спрямо протичането им в миналото и в бъдещето. Тоталността на цялото тогава се завръща във всеки момент и във всяка своя точка на настоящето от бъдещето, изглеждайки все едно, че е от миналото. Макар да можем да представим периодична поредица от „Големи взривове“, хипотезата за него всъщност противоречи на тази за цикличност, тъй като тя изисква – по съображения за математическа съгласуваност – перманентен „Голям взрив“ във всяка точка от пространството и времето, който само чисто хипотетично може да се събере и проектира в една начална нулева точка на времето. Такова проектиране не е принципно експериментално неразлично от хипотезата за перманентното присъствие на „Големия взрив“ във всяка точка от времето и пространството: тяхната относителност няма характер на физически принцип, а на познавателна алтернатива.

Квантовата механика и информация показват структурно-математическите и следователно количествени, числови в обобщен смисъл, механизми как се поражда

неадитивната спрямо частите на квантовата система и превъзхождаща сложност на целостта. Няма достатъчно силна дума, за да се предаде значението в тази насока на формулирането на неравенствата на Бел (Bell 1964) и експерименталното доказване за тяхното нарушаване под най-различни форми като се почне още 70-те (Clauser, Horne 1974) и 80-те години (Aspect, Grangier, Roger 1981; Aspect, Grangier, Roger 1982), и вече в лавинообразно нараснали публикации до наши дни<sup>40</sup>. В крайна сметка и положено с най-едри щрихи, те доказват своеобразната интелигентност на микросвета, произтичащата в нашето обяснение от представянето – поради холистичната цикличност – на тоталността на вселената в него. Има публикации, които обсъждат и защитават нарушаване на неравенствата на Бел в макросвета (напр. Aerts, Aerts, Broekaert, Gabora 2000).

Да се върнем към осмисляне на това положение на нещата в „кюбитовата парадигма“, в която се постаряхме да преобразуваме – по подробно описания по-горе начин – класическата двуполюсна епистема, тъй като тя синтезира нашия питагорейски онтологико-математически подход.

И така, според нея разполагаме с цялост – в сферата на кюбита – и с полюс върху нея – за частта. Отрицателната информационна кривина или отрицателната условна ентропия при явленията на сдвояване се дължи на външните части върху частта, в която актуално сме: това е полюсът. Сложността може да надвиши случайността тъкмо поради „помощта на околната среда“, която встъпва в качеството на своеобразна и некласически тип вътрешност, парадоксално на пръв поглед разположена отвън. Въсъщност в кюбитовата парадигма трябва вече да се мисли за 'разделение и цялост': 'вътрешно' и 'външно' произхождат единствено от разделението, което в двуполюсния модел е абсолютизирано до степен да се изхвърли целостността. Привидната парадоксалност на „външната вътрешност“ произтича тъкмо от предразсъдъка и автоматизма да се осмисля всичко аналитично, т.е. чрез разделение, дори и – както е в нашия случай – противоположното на разделението, целостността.

Следователно е по-коректно да се каже, че отрицателната информационна кривина или отрицателната ентропия се дължи на въздействието на целостта, което е числово в обобщен смисъл, т.е. следва да се мисли по питагорейски, върху всяка

---

<sup>40</sup> Следва да се отбележи „особеното мнение“ на единици сред изследователите: напр. Christian 2010.

една своя част, която запазва своята уникалност като полюс поради изначалната уникалност на целостността. Едва когато се опитаме да изразим или тълкуваме тази същност в обичайните аналитични дрехи на научността, се оказваме принудени да използваме оксиморони от рода на „външна вътрешност“ или „вътрешна външност“. Те са не повече от един неподходящ начин да се представя целостността според утвърдения понятиен тезаурус на западната традиция.

Това е един отдавна констатиран проблем на изказа в квантовата механика, който тласка учените да използват „гол“ математически апарат, избягвайки от интерпретация на физическия смисъл или от поразителното множество на алтернативни интерпретации за един и същ или сходен апарат (напр. Caponigro 2008). Търсене на тълкувание, често означава да се приемат за дадени обичайните предразсъдъци, които единствено възпрепятстват да се изрази смисълът и пораждат нелепи и неудачни словесни творения като гореспоменатите.

Тъкмо това насочва вероятно най-дълбокият философ след основателите на квантовата механика, Нилс Бор да търси опора първоначално в изключващата диалектика на сънародника му Киркегор, един от „дисидентите“ в западната философска традиция, а впоследствие – в цикличната цялостност на Ин и Ян, от дълбока древност вплетени в китайските учения и оказали решаващо влияние върху духовната култура на Изтока. Целият ход на нашето изследване ни убеждава в далновидността и мъдростта на неговия подход, положил реалната основа за философията на квантовата механика и информация.

Тъкмо затова естественото за онагледяване на кубитовата парадигма е – след демонстрираната уродливост на породените от аналитичния изказ оксиморони: при това не остроумни, а само грозни – да се обърнем към Книгата на промените, И Цзин:

Гадаенето (което ще мислим също и като принципно случайното измерване) задава един полюс, тук и сега, *Da*, във вселената, целостността, *Sein*, при това обединявайки ги в *Da-Sein*, *Dasein* чрез едно от 64 числа, хексаграми, образуващи цикъл, всяко от тях съставена и съпоставена от два субординирани подцикъла, триграми. Макар да беше използван естественият за нас термин „числа“, той затъмнява половината от същността на хексаграмите: те са пореден номер, място в цикъла, който е свършено подреден.

Макар да обобщихме числата като математически структури, от урока, разказван ни вече хилядолетия от И Цзин, ще извлечем още една, и то еднакво важна поука: математическите структури, които ще използваме в питагорейския си поход, да бъдат обект в циклична категория. Така обектът ще бъде тълкуван като едно *Da* в цикъла от морфизми на категорията, *Sein*, при което хексаграмата от *Книгата на промените* да съответства на двойката, *Dasein*, от обект (полюс) и циклична категория (кюбит). Нещо повече, ще търсим аналози и на съставните триграми в предизвестена евристика на (по възможност изо-) морфизъм между вътрешен цикъл на морфизмите и вътрешен цикъл на обекта, *Da*, и оттук на всеки един обект (но не непременно една и същ тип цикличност за всеки обект, предполагайки полицикличност на морфизмите).

Очевидно, при определени условия ще е налице пълна симетрия, изразяваща се в разменимост на (цикъла от) обекти и на (цикъла от) морфизми, което с ясна и шеговитата алюзия ще наречем принцип на Учителя Джуан за перепрудата.

Нека сега обсъдим влиянието на количествената степен на вдвояване върху условната ентропия, която по нашия начин на разглеждане можем еквивалентно да мислим и като отношение на случайности, и като отношение на сложности, тъй като в точката на нулева информационна кривина сложността и случайността – са просто реципрочни.

За нашите разсъждения ще помогне изследването на функцията на условната ентропия на даден обект, чиято сложност се приема за параметър на функцията, докато нейният аргумент е вероятността на (информационното) въздействие от околната среда, т.е. степента на цялостност на системата, в която е включен обектът или с други думи – на вдвояване.

Ако се ограничим до елементарния случай на стандартна вероятност в затворения интервал между нула и единица и сложност в битове, понеже става дума само за наглед, веднага се вижда, че условната ентропия има максимум в точка, пропорционална на сложността на обекта. Понеже коефициентът на пропорционалност зависи само от конвенционално избраната основа на логаритъма, т.е. колко „цифри“ има бройната система за числото, чрез което кодираме, можем да се договорим да го приемем за единица и условната ентропия да има максимума си в точката, съпадаща със сложността на обекта.

В класическия случай в тази точка е концентрирана цялата вероятност на обекта, а разпределението на вероятността по възможните сложности или „светове“ има вида на делта функцията на Дирак, т.е. на безкраен пик в една точка, съвпадаща със сложността, и нулеви стойности във всички останали. Ако изтълкуваме получения резултат онтологично, бихме могли да кажем, че обектът притежава строго фиксирана сложност, която може да се отъждестви с неговото съществуване. Тъй като сложността е число, битието му се интерпретира питагорейски. При това тази сложност е идентична със стойност на аргумента функцията, който представляваше степента на цялостност на системата спрямо конкретния обект.

Така получаваме възможност да осмислим холистично още класическия случай на битие, изцяло съсредоточено в самия обект, в неговата действителност: действителността на обекта като негова сложност представя степента на цялостност на системата в тази част в пространството от частите на системата. С други думи, дори и тогава можем да дефинираме частта само на основата на цялото: като еднозначно определена степен на цялостност на цялото.

В квантовия случай обаче вероятността на обект не е изцяло съсредоточена в максимума си, а образува плавна камбановидна крива с непрекъснат спектър от сложности, които – за да запазим стила на мислене в класическия случай – можем да разположим в различни класически светове, във всеки от които обектът е с различна вероятност, но и сложност следователно. Това е начинът на представяне, експлоатиран в многосветовата интерпретация на квантовата механика (Everett III 1957; DeWitt, Wheeler 1967), който обаче не прави повече от това да показва колизията на квантовото с класическото мислене в термините на последното като множество от класически светове.

Мислейки собствено философски, за нас е много по-съществена новата перспектива към модалните категории като възможно и действително, а и необходимо, изцяло от холистична позиция, т.е. като пряко изводими от целостността:

Действителното е максимумът на цялостност, който може да се съсредоточи в даден обект, докато възможното е всяка по-малка от максималната цялостност, съсредоточила се в обекта. Необходимото е абсолютната сложност на обекта: едно число, което съвпада с действителността само ако обектът се разглежда спрямо системата на тоталността, универсума. Във всяка друга система разликата между действително и необходимо за даден обект се представя количествено като специ-

фичната за него в тази система информационна кривина или като несъвпадение на неговото действително качество с неговото необходимо количество. Ако необходимото количество съвпадне с едно възможно качество, то ще е налице квази-действителност. Следователно стандартното класическо отъждествяване на действителното със съвпадение на възможното и необходимото идентифицира някоя (а изобщо, всяка) квази-действителност като самата действителност.

В резултат можем да осмислим по необичаен начин и небитието, включително и количествено, като разлика между действително и възможно. Оттук следва, че в класическия случай неговият принос трябва да е нулев. Очевиден е вече източникът на позитивния му принос: всъщност небитието се мисли като потенциално битие или като потенциалната цялостност, която би могла да се съсредоточи в изследваната част. Уместна е аналогията и с понятието за потенциална енергия, която не е налична енергия (както напр. кинетичната) и въпреки това има положителен принос към общата енергия.

Произходът на такова позитивно небитие в смисъла на потенциално следва се търси в целостността, по-непосредствено – в сдвояването, произтичащо от нея, между дадена обособена част и всичко останало от цялото. Позитивното небитие може да се тълкува и като различно по степен отражение на частта във всичко останало, и като обратното въздействие на всичко останало върху изследвания обект, изразяващо се в ограничаване степените му на свобода. Отново аналогията с потенциалната механична енергия и нейната зависимост от координатите може да е полезна, доколкото обектът заема някакво място, което се определя с координатите, и по-този начин обектът и всичко останало взаимно ограничават степените си на свобода, тъй като средата фиксира мястото на обекта в даден момент, а обектът оставя все едно негативен отпечатък в средата, като не позволява нещо друго да заеме това място.

Относителната ентропия според направеното обсъждане може да се мисли и като математическото очакване на сложността и по-точно – на сумата от абсолютната и от относителната сложност на обекта спрямо своя негативен отпечатък в средата. Първата е заради битието, а втората – поради небитието, вече изяснено от нас като потенциално битие. Това ни навежда на свой ред и обратно да осмислим определението на физическата величина в квантовата механика като математическото очакване на всичките възможни стойности по следния начин: като относителната

ентропия на стойностите спрямо нейната вълнова функция. Тъй като вълновата функция идентифицира всеки квантов обект (в даден момент), то бихме могли да си позволим донякъде и по-свободни тълкувания:

Трябва само да се спазва, че сложността съответства на величината, случайността – на вълновата функция, а на спрегнатата вълнова функция – реципрочната стойност на случайността (абсолютната сложност). Тогава, следователно, абсолютната сложност се асоциира с квантовия обект, докато относителната – с конкретната величина. Самата величина е относителната ентропия на относителната спрямо абсолютната сложност.

При това се извършва обобщение от сложност в битове към такава в кубитове. Даването на строго определение на сложност в кубитове, при която самата квантова величина се интерпретира като сложност, излиза извън предмета на настоящата работа, макар контурите да бяха очертани достатъчно ясно. Независимо обаче дали в битове, или в кубитове, при кодирането се съпоставя добре наредено множество на една цялост. Според нашия патос, когато тълкуваме, както по-горе, физическата величина като сложност от обобщен тип на особени, квантови алгоритми, съответно, квантов компютър, броенето се оказва преобразувано във време.

Как в квантовото кохерентно цяло се появява времето и броенето като физически механизъм, а оттук и числото, след което се налага да се обърнем към питагорейство? Отново от външните части, но когато тяхната маса превиши масата на кохерентната цялост десетки порядъци пъти. За да изясним механизма, ще използваме термина „дължина на настоящето“ или за краткост само „настояще“ за даден обект (цялост), дефиниран като периода на дьобройловската вълна, която му е аташирана (Пенчев 2009: 134). Следователно дължината на настоящето е различна за всеки обект и обратно пропорционална на неговата маса.

Като отклонение ще изкажем хипотезата, че масата е пропорционална на свой ред на сложността на обекта за единица време, като коефициентът на пропорционалност е именно константата на Планк. Това е едно алгоритмично информационно тълкувание на прочутото съотношение, въведено от Айнщайн в статията, в която



обяснява фотоелектричния ефект (Einstein 1905Ü: 143-144) и която е изрично посоченият му принос за получаването на нобелова награда<sup>41</sup>.

Тогава масивната среда (напр. на уреда, но и всяка друга, включително естествената) за всеки микрообект е тази, която осъществява избора на момент (число) сред кохерентната цялост на квантовия обект и която можем да мислим като физически еквивалент на безкрайността. Този избор е случаен, но според насоката на настоящия текст, го осмисляме като некрайно сложен, като елементарното квантово изчисление, осъществявано от един кюбит.

Каква е същността на такава калкулация? В новообразуваната чрез добавената квантова цялост макро цялост се намира номер (времеви момент) за новопостъпила та по такъв начин, че макро целостта (напр. на уреда) да се съхрани. С това новодобавената малка сложност на микрообекта увеличава сложността на макрообекта адитивно, доколкото събирането на маси е кумулативно. Следователно изборът, който според „класическата“ квантова механика е случаен, всъщност е детерминиран, но по начин обобщаващ класическата детерминираност в две направления:

1. Това е некрайна детерминираност, принципно различна от класическата статистическа детерминираност, поражда от много голям, но все пак краен брой параметри, които остават „скрити“, но независимо от това могат обективно да съществуват като „елементи на реалността“, ако използваме термини от статията на тримата автори (Einstein, Podolsky, Rosen 1935).

2. Тя не произтича нито от самия обект, нито от взаимодействието му с обособени части на средата, колкото и широко да бъде разглеждана, а тъкмо от целостността на новата цялост, в която трябва да намери предопределеното си и в този смисъл детерминирано място новопостъпилият квантов обект.

Такъв подход ни дава конкретен начин, т.е. като физически механизъм, да осмислим връзката между число и цялост: чрез числото целостта може да се запази и след „приемането“ на нов член. Тъкмо чрез Числото в най-широк смисъл (т.е. математическата структура) механичният сбор, адитивната съвкупност от части може да се превърне в кохерентна цялост (неделима система).

#### **48. Съвпадение на модел и реалност в квантовата механика**

---

<sup>41</sup> Точната формулировка е: „за неговите приноси към теоретичната физика и особено за неговото откритие на закона за фотоелектричния ефект“:  
[http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/), посетен на 01.10.2012.

Следващата крачка, която ни предстои, е да обосновем питагорейството, произтичащо от квантовата механика, тъкмо като смяна и по-точно, обобщаване на двуполюсната парадигма по начин, произтичащ от хода на цялото предходно изложение. Време е вече получените резултати за преобразуваната епистема да бъдат интерпретирани обратно по отношение на квантовата механика тъкмо от която дойдоха импулсите за трансформация. Сега квантовата механика е пример на теория в новия вид епистема.

В двуполюсната епистема „теория“ е едно от възможните имена на полюс, като съответният му противоположен обичайно е свързан с термина „реалност“. Зададено е пространство на усъвършенстване на теориите, в което съществува частична или дори добра наредба, по посока на недостижима, но непрестанно приближавана реалност. Обаче в една циклично-хολистична епистема двата полюса – в случая теория и реалност – трябва да съвпадат. Нека проследим последователно две равнища, на които това се случва:

1. Емпирично.
2. Онтологико-математически

Първото равнище може да остави без отговор – по модела на интуиционизма относно правилото за изключеното трето за безкрайни множества – въпроса за типа на подлежащата епистема, т.е. дали става дума за достатъчно добра теория, която засега не може да бъде опровергана чрез известните опитни резултати, или за лелеяната съвършена теория, която никога няма да бъде опровергана. Заедно с това трябва да се покаже, че тя е фалшифицируема, т.е. подлежи по принцип на опитно опровержение, но да се докаже, изхождайки от някакви достатъчно приемливи изходни постулати, че то не може да се случи и, разбира се, да се осмисли философски защо не може. Последното е вече предметът на второто, онтологико-математическо равнище.

Ето принципа на доводите, свързани с емпиричното съответствие. Разликата в мащабите на квантовия обект и уреда е от порядъка на константата на Планк, т.е. (при едни мерни единици, свързани с макросвета) следователно от такъв порядък ще се различава модела, хилбертовото пространство от реалността и далеч под емпиричната грешка. Но това едва ли е вярно: ако беше така, под емпиричната грешка щяха да бъдат и самите квантови обекти. Обаче се запазва лесно разбираемият тип обяснение: модел и реалност. Продуцира го дискурса на

обяснение, а не положението на нещата. Но той е полуправилен, защото наистина разликата между модел и реалност е много под емпиричната грешка и модел и реалност са емпирично неотличими<sup>42</sup>, стига епистемата на модел и реалност да е адекватна. Самото понятие за „емпирична грешка“ е създадено и работи в двуполусната епистема, доколкото се определя или неконструктивно като разлика на модел и емпирично недостъпната моделирана реалност, но сама по себе си, или като разлика между теоретично предсказания и емпирично измерения резултат. В нашия случай то няма да е полезно, понеже количествено измерената емпиричната грешка, поне като разлика между 'модел' и 'реалност', трябва да е нула.

Обосноваването на квантовата механика като съвършена теория, т.е. като такава, която може и съдържа вътрешно доказателство за съпадението си с реалността, се дава отново от фон Нойман в същата работа (1932) и е известна като теорема за отсъствие на скрити параметри в квантовата механика (von Neumann 1932: 167-170).

Преведено на езика в нашия случай: ако са валидни шест предпоставки (von Neumann 1932: 165-167) от модела на хилбертовото пространство, то той е самата тоталност.

Шестте предпоставки са такива, че, четири имат характер на общи аксиоми за адитивност на математическото очакване на физическите величини, а двете останали твърдят, че всяка поредица от реални числа (хипермаксимален оператор) е физическа величина и обратното. Последното обаче, ако се допълни, че на всяка реална стойност на величината съответства вероятност да се случи или да бъде измерена, съответства на определението на физическа величина в квантовата механика. Следователно, не от целия модел, а от малка част от него, и то твърде естествени аксиоми, следва, че това е самата тоталност, 100%.

Идеята за съпадение на модел и реалност в квантовата механика произлиза непосредствено от теоремата на фон Нойман за отсъствие на скрити параметри в квантовата механика. Достатъчно е само да изтълкуваме скритите параметри като произтичащи от неотразената в модела реалност, т.е. от разликата между

---

<sup>42</sup> „Би трябвало да се подчертае, че докато нашето разбиране на законите на физиката постоянно се развива, бидейки винаги подлагано на внимателна експериментална проверка, досега не е била открита потвърдена разлика между теорията и експеримента за квантовата механика” (Townsend 2000: xi).

последните две. Всъщност статистическият подход на класическата физика се обосновава епистемологично именно така: става дума за огромен брой реални параметри, които обаче остават скрити в модела, боравещ само с величини, осреднени по един или друг начин спрямо случайно разпределените (различни и други) величини на всеки индивид от изследвания ансамбъл. Въпреки че първите величини се приписват на ансамбъла като цяло, те изцяло произтичат от неговите елементи. По този начин целостта е не повече от своеобразен епифеномен, присъщ само на модела на статистическия ансамбъл, и то тъкмо поради неговото „несъвършенство“: принципната му разлика от реалността.

На този фон можем да подчертаем уникалното своеобразие на квантовата механика, което бива изведено на преден план от теоремата за отсъствие на скрити параметри. Тя показва именно принципното отсъствие на разлика между модел и реалност в квантовата механика. Ние го осмисляме като дължащо се на факта, че целостността не е само епифеномен на модела, както е в класическия случай, но е присъща на самата реалност. И двете, и модел, и реалност, бидейки цялостни, взаимно се обхващат и необходимо съвпадат винаги. Ако това е така, самото разграничение на модел и реалност престава да бъде работещо и запазва не повече от научно-исторически и сравнителен смисъл по отношение на класическите теории.

#### **49. Критиката на Бел**

Обаче теоремата на фон Нойман е подложена на остра критика по отношение на адекватността на предпоставката за адитивност на математическото очакване на квантови обекти (Hermann 1935; Bell 1966). Предстои ни да покажем по какъв начин трябва да интерпретираме отсъствието на скрити параметри при вече експериментално доказаната нарушена адитивност на математическото очакване. Всъщност разглеждането на Бел обобщава теоремата на фон Нойман и съответно принципа на целостността дори и за такива квантови обекти, които са неразделна част от квантова система, а обсъждането от последния запазва валидност за изолирана квантова система. Да проследим как се извършва обобщението:

Грете Херман (Hermann 1935) и независимо Джон Бел (Bell 1966) отхвърлят постулата за адитивност на математическото очакване на физически величини. Така вторият обосновава своите неравенства (Bell 1964), чието нарушаване днес е установен експериментален факт. С това най-парадоксално всъщност изясняват, че макар по теоремата на фон Нойман тоталността сама по себе да може да се отнесе

единствено към изолирана система, когато това не е валидно (системата не е изолирана и поради това очакването не е адитивно), понятието за локална тоталност остава абсолютно точно. Локална тоталност означава част, която се разглежда като цялост и която включва цялата си околност все едно като своя нестандартна част. Така тоталността може да се разположи във всяка своя ограничена част, стига да я разглеждаме като цялост и това твърдение не зависи от нито една от шестте предпоставки на фон Нойман, валидно е и ако са изпълнени: тогава цялостта се разглежда като затворена система, и ако не са изпълнени, тогава цялостта е отворена, но включва външността си като нестандартна своя част.

Смисълът е, че всяка квантова цялост (кохерентност) може да се разглежда като тоталност независимо дали взаимодейства или не с външността си. С други думи, всеки квантов обект е локална тоталност, еквивалентно представена като цялост, т.е. холистично. Холистичната логика или по-скоро „холистичната семантика“ (Cattaneo, Chiara, Giuntini, Paoli 2009: 193) следователно трябва да бъде логика на локалната тоталност. При това обаче не става дума за приближение, а за съвпадение на модел и реалност.

Читателят би могъл да заяви, че такъв подход подозрително наподобява философска спекулация или източен мистицизъм, неуместни за една научна теория, каквато не само претендира, но и несъмнено е квантовата механика и информация. Въсъщност подобно объркване произтича от отъждествяване на научността и оттук – на всяка възможна теория с аналитичната традиция на Запада, докато сега се сблъскваме с необходимостта да преобразуваме самата идея за научност и теорията на познанието на холистичен принцип.

Ще използваме „кюбитовата епистема“, за да покажем начина на трансформиране при общия случай на неизолирана квантова система, визирано във възможността за и в експериментално доказаното нарушаване на неравенствата на Бел.

Ето как:

Нашият проблем е да намерим взаимно-еднозначно преобразование на повърхността на сферата върху част от нея, така че получената част да представлява взаимодействащата квантова система, а допълнението до сферата – околната среда, с която се взаимодейства.

За целта нека оставим два кубита континуално да проникват един в друг: това би било достатъчно общо и едновременно философско, по-точно – теоретико-познавателно осмисляне на сдвояване, което ще се увеличава непрекъснато. Ако стойността на кубита е в общата област на сферите, то стойността на единия предопределя стойността на другия. Ако не – стойностите им са независими. В такъв случай се вижда, че колкото е по-голямо взаимното проникване, толкова по-ограничени са степените на свобода на всеки един от тях. Отношението на мярката на повърхността на сферата, обхваната от сечението, към пълната повърхност на сферата ще представлява мярка за сдвояването, очевидно еднаква и за двата кубита.

Ще наречем единия кубит на изследваната квантова система, а другия – на околната среда или уреда, който я измерва. Тогава бихме могли да си представим едно хипотетично почти максимално проникване, при което от сферата на кубита за изследваната система е останала само една точка, която да не е обхваната от сечението и нея ще наречем измерена стойност на изследваната величина на квантовата система.

Ако вземем предвид една от водещите интерпретации на кубита, като клетка от фазовото пространство, то съотношението за неопределеност ще гарантира една минимална повърхност, равна или пропорционална на константата на Планк, в която не може да се проникне, една минимална „свобода на индивида“, която никоя околна среда или взаимодействие не може да му отнеме.

Всъщност онова, което изтъкувахме като неотменна „свобода на квантовата система, гарантирана от вселенската конституция“, заедно с това гарантира и съществуването на взаимно еднозначно изображение между взаимодействащата квантовата система (повърхност от сфера с ненулева мярка) и кубит. Направеното разглеждане е с фундаментално философско значение:

Съхраняване на една гарантирана свобода на взаимодействаща система заедно с това запазва и нейната цялостност и еквивалентност с всяко друго цяло, в това число и с абсолютното цяло – вселената, както и обратното.

#### **50. „Теоремите за свободната воля“**

В контекста на статията на Генцен за сближаване на математика и физика следва да се подчертае, че позицията на дуалното питагорейство в конкретния

случай е по-близка до тази на конструктивизма, но, така да се каже, с „обратен знак“.

Това положение на нещата може да се сметне дори и математически доказано в т. нар. теореми за свободната воля. Уместно е в тази връзка да се обърне внимание на втората от тях (Conway, Kochen 2006; 2008), според която – в една философска интерпретация, предложена обаче от самите автори, –

*ако ние хората имаме свободна воля, то и елементарните частици вече имат свой собствен дял от тази ценна стока [commodity]. По-точно, ако експериментаторът свободно избере посоките, в които да ориентира своя уред при определено измерване, тогава отговорът на частицата (за да бъдем педантични – отговорът на вселената близо до частицата) не е определен от цялата предишна история на вселената (Conway, Kochen 2008: 226)<sup>43</sup>.*

По същество аргументът е видоизменение на „парадокса“ АПР, при което се приемат три аксиоми, фактически съответно сродни със: първата – с теоремата на Коушън – Шпекър (Kochen, Specker 1967); втората – с постулиране на квантови корелации; третата – с лоренцова инвариантност (или както е в първоначалния вариант – от 2006 г. – с крайна скорост на предаване на информацията). Строго се извежда при тези условия факт, който може да се нарече „квантова корелация на свободния избор“. Ако експериментаторът при микрообекта свободно избира експеримента, то неговата свободна воля неминуемо корелира и се отразява в

---

<sup>43</sup> Би могло да се приведе следният цитат от статията на Шрьодингер „Равенство и относителност на свободата“: „Защо е почти невъзможно да се даде точно определение на понятието за свобода? Ами понеже свободата на индивидите намира своето естествено и единствено оправдано ограничаване в равната свобода на другите индивиди“ (Schrödinger 1984(IV): 356). Всъщност в приведения цитат, макар под „индивид“ да се разбира човек, това не е явно посочено, позволявайки чрез обратен отблясък да се ограничава „свободата на електрона“ чрез равната свобода на другите квантови обекти. В друга своя статия пише: „Много изтъкнати научни работници, особено физици, са се опитвали да играят с идеята, че явната недетерминираност на одушевената природа, тоест на живата материя, би могла да се свърже с теоретичната недетерминираност в модерната физика. Това, което прави тази игра толкова очарователна и вълнуваща е очевидно надеждата (или откривена, или тайна) да се извлече от новата физическа догма модел на свободна воля, която старата би отрекла да се получава. Смятам тази надежда за илюзия, поради следните общи причини“ (Schrödinger 1984(IV): 364). Тези „обща причини“ са доста интересни, но биха изисквали самостоятелен обстоен анализ, поради което ще се ограничим само до цитираното становище.

аналогично качество на микрообекта, който е отдалечен на произволно разстояние. Ако знанието е оприличимо на ограничаване на степените на свобода на модела по отношение на обекта, то „теоремата за свободната воля“ огледално надарява модела с толкова степени на свобода, колкото притежава обектът. И ако в качеството на обект се разгледа самият експериментатор, то поведението на микрообекта също – поради двойното постулиране и на квантови корелации, и на лоренцова инвариантност – също се оказва свободно.

Както показва цитираната вече „теорема за свободната воля“ (Conway, Kochen 2006; 2008) квантовата механика позволява буквално, а не само метафорично пренасяне на свойства както от микро- към макро-равнище (напр. от квантовата суперпозиция към „живата-и-мъртва котка), така и от макро- към микро-равнище (от свободната воля на експериментатора към „тази“ на микрообекта). Причината се корени в уникалната и изглежда, неизбежна епистемологична структура на квантовата механика, която е теория за системата макроуред – микрообект: тъкмо целостта на системата се оказва субстратът на този учудващ, а понякога и забавен пренос.

Квантовите корелации могат да са налице и при отсъствие на вероятности от честотен тип, при което те могат да се наблюдават в единичен експеримент, а не както е в по-традиционния вариант – статистически: в достатъчно голямо множество от експерименти, основавайки се на вероятностни неравенства между математически очаквания (така е в оригиналните неравенства на Бел). Същата схема – без вероятности – е използвана в „теоремата за свободната воля“<sup>44</sup>.

И така, всяка квантова система, поради съотношението за неопределеност, дори и когато взаимодейства по произволен начин, не може да наруши своята цялостност и следва да бъде мислена и като общото цяло с взаимодействащата околна среда, която пък встъпва в качеството на нестандартна нейна част, която е „външна“. Нарушаването на неравенствата на Бел извежда и експериментално

---

<sup>44</sup> Забележете, че нашето доказателство не засяга „вероятности“ или „състояния“, които да ги определят, което се дължи на факта, че тези теоретични понятия са водили до много объркване. Например, често се казва, че вероятностите на събития на едно място, могат мигновено да се променят от събития в друго, пространствено-подобно отделено местоположение, но дали това е вярно или даже безсмислено, не е от значение за нашето доказателство, тъй като никога не се отнасяме до понятието за вероятност“ (Conway, Kochen 2008: 226).



показва, че именно обрисуваното положение на нещата е валидното, а не класическото разглеждане, което е не холистично, а аналитично и полюсно в теоретико-познавателен план.

Може да се отбележи известна неопределеност в собствено квантово-механичното интерпретиране на понятието за кюбит: първо, като отношение на две комутиращи величини; второ – на некомутиращи величини; и трето, като „ос“ на хилбертовото пространство. В първия и третия случай стойността е именно точка върху повърхността на сферата, но във втория е сегмент, чиято минимална големина е ограничена от съотношението за неопределеност. Макар и различни, трите подхода към 'кюбит' са сродни. Те произтичат от различния начин на въвеждане на двата комплексни коефициента, конституиращи кюбита. Във всеки един от случаите те са нормирани с квадрата на модула от сумата на двата, но самите коефициенти имат различно значение:

В първия случай това са два едноименни комплексни коефициента от вълновите функции на две комутиращи величини, във втория – на некомутиращи величини, в третия: два произволни (неедноименни) коефициента (обикновено съседни) в една и съща вълнова функция. Кюбитът може да се използва, за да изрази както сдвояването на два обекта, така и вълновата функция на един обект. Така понятието „кюбит“ се оказва инструмент за изследване на всяка квантова система едновременно и като неделима цялост, и като съставена от сдвоени, т.е. взаимодействащи в общия случай квантово-информационно части. Подчертава се аспектът на една нова относителност, а оттук и на ново изискване за инвариантност на физическите закони – спрямо цялото и частите.

И така, в квантовата механика е налице съвпадение на модел и реалност. Остава обаче открит въпросът как да се тълкува този факт: дали е случайна, особен частен случай, или обратно: това е общият случай, който обобщава класическия на несъвпадение. Очевидно, с въвеждането на „кюбитовата парадигма“ се насочваме към първото решение. Всъщност показахме, че множество различни тенденции от различни области, вкл. и собствено философски учения като феноменологията, се събират в нея, преобразувайки класическата двуполусна епистема в нова циклично-холистична, от която първата е изводима като частен случай. С това разработваме идеята, че съвпадението на модел и реалност е необходимо, но в някои по-прости

случаи целостността може да се изключи от разглеждане като се замести с приближен еквивалент: този на двуполусна линейна схема.

Ако твърдим, че модел и реалност необходимо съвпадат в циклична цялостност, това ни дава основание също да твърдим, че реалността е моделът (хилбертовото пространство). Това, разбира се, е ново питагорейство на мястото на епистемата "модел - реалност". Най-сетне хипотетично могат да се предположат необикновени онтологии, в които тоталната реалност е същинска част от модела.

Безкрайността ни даваше само недостижим емпирично модел на тоталността, докато квантовата кохерентност ни я предложи емпирично: така че сега се каним да разположим техниката си и в тоталността и да я експлоатираме.

Не знаем какво ни очаква: нов рог на изобилието или кутия на Пандора, най-вероятно – и двете.

### **51. Хилбертова или Гьоделова е математиката на реалния свят?**

В изложението досега вече неявно беше формулирана и обоснована идеята, че има пряко противоречие между теоремата на фон Нойман (Neumann 1932: 170) за отсъствие на скрити параметри в квантовата механика и т.н. първа теорема за непълнотата на Гьодел (Gödel 1931: 187). В това противоречие могат да се обособят два аспекта – онтологически и логически.

Онтологичното равнище на обсъждане изисква да се постави въпросът за отношението на математика и реалност. Вече изяснихме, че проблемът се свежда до това, дали реалността и математическият модел винаги съвпадат при подходящо избрана математическа структура или могат да съвпаднат, или между тях е налице неотстранима дистанция. В настоящата работа се защитава първата позиция, по-предпазлива е втората, която се ограничава до добре установеното. В степента, в която тя се потвърждава експериментално (вкл. и косвено, чрез нарушаване неравенствата на Бел), може да твърдим, че реалната математика на нашия свят е по-скоро Хилбертова, а не Гьоделова. Така въпросът, който поставя теорията на относителността за „реалната геометрия“ на нашия свят, може да се обобщи относно „реалната математика“. Въпрос на аксиоматично полагане е актуалната безкрайност и оттук, самообосноваването на математиката. Следствията от такова постулиране могат да се изследват за експериментално потвърждение и на тяхна основа да се заключи за реалната математика на света. Отговорът, получен от квантовата информация, е еднозначно в полза на Хилбертова математика на света.

В логическото равнище можем да различим две поднива. Първото е тясно свързано с онтологичното обсъждане. Какъв е статутът на т.нар. първа теорема за непълнотата на Гьодел – теорема или аксиома? Второто се отнася до изясняване на разликата в предпоставките, т.е. до точно локализиране на основанието за възникване на противоречие в следствията от двете. Това, което веднага се забелязва, е, че теоремата на фон Нойман е в контекста на общия му геометричен подход, поради което тълкуването на проекционните оператори като твърдения относно квантова система (Neumann 1932: 130-134) изисква те да бъдат кодирани върху вектор, а не чрез някое естествено число, какъвто е подходът на Гьодел (Gödel 1931: 178-179).

„Добре, но какво от това?“ – би могло да се възрази. Разликата не е принципна, тъй като полученият вектор може вторично да бъде кодиран последователно като съвкупност от числа, а именно своите компоненти. При това обаче, ако става дума за общия случай на вектор в хилбертово пространство, тази съвкупност ще е безкрайна. Забележете, че с това Гьоделовото кодиране пропада, тъй като е невъзможно да се построи взаимно-еднозначно изображение между крайно и безкрайно множество. Може да се спомене, че Гьоделовото кодиране пропада по същата причина още при кодиране с ирационално число. Следователно геометричното кодиране на пропозиции, изобретено от фон Нойман, е много по-обширно, тъй като включва възможността за кодиране на безкрайни пропозиции, напр. такива с безкраен брой предикати, нещо повече, на отношения с безкраен брой относими. С това всъщност се прекрива границата между краен човешки език и един безкраен език като самата природа, а така също между синтаксис и семантика или между логика в тесен смисъл и теория на множествата.

Този извод обаче е принципен, той не ни дава ключ за използване на фон Ноймановото геометрично кодиране на всякакви пропозиции, на „пропозициите на света“. За да напреднем в тази посока ще подходим иначе, след което полученият резултат ще възвърнем в току-що обсъденото.

Нека онагледим разликата между вектор и число в двумерния случай, като посока на вектора, добавена към неговата големината, която пък е еквивалентна на числото. Така посоката ще съдържа „принципното повече“ на кодирането с вектор в сравнение с кодирането с число. Следователно нашата идея е да представим пропозицията кодирана два пъти, и то по два дуални, допълнителни начина. Според

начина на осмисляне и противопоставяне на аритметизацията и геометризацията непосредствено по-горе, първото кодиращо число ще е „координата“, „проекция“ върху 'крайността' (и с което се ограничава аритметиката), докато втората – върху 'актуалната безкрайност'. Разбира се, това далеч не е единственият начин на тълкуване. Можем да обобщим, че двете числа са кодиране, върху двата полюса на двуполусната схема, която може да се получи от кюбитовата ни парадигма, както и да са наречени и разбрани в конкретния случай. Естествено е да обозначим такова кодиране като 'дуално'. Може специално да се отбележи една особена двойка полюси – 'профанно' и 'сакрално' и да добавим към това едно философско обяснение:

Ако двете кодиращи числа се интерпретират в квантовата механика, те са задължително допълнителни, не могат да бъдат едновременно дадени, измерени (или едното, или другото) и заедно с това според очевидно следствие от теоремата на фон Нойман за отсъствие на скрити параметри всяко едно от двете кодира напълно съответната пропозиция, която кодира. Следователно се оказва, че това, което добавя по същество фон Ноймановото кодиране спрямо Гьоделовото, е неизразим, но еквивалентен остатък след всяко кодиране, чрез чието добавяне кодирано и кодиращо съвпадат. Ако го кажем в термините на епистемата „модел и реалност“: между модела и реалността остава принципно неизразим остатък, който обаче е еквивалентен на модела. Само в този смисъл можем да говорим строго за съвпадение на модел и реалност в квантовата механика.

Можем заедно с това да набележим подход самото кодиране да остане в рамките на дисциплината математика, така че „структурата на структурата“ – 'категорията' да се кодира геометрично, използвайки за целта хилбертовото пространство, чийто формализъм е прекрасно разработен и проверен за такъв тип цели в квантовата механика и информация. Така двата основни класа в категорията, морфизми и обекти, ще бъдат кодирани съответно чрез двете „допълнителни“ числа от илюстрацията, която скицирахме. При това се надяваме – или основният резултат би бил – да докажем, че самото кодиране е изоморфно на автоморфизъм на кюбит или на хилбертовото пространство. С това би се твърдяло, че съществува нетривиално кодиране (модел) в хилбертовото пространство, което съвпада с кодираното (реалността), и да го изтълкуваме питагорейски.

И така, „второто число“ или „посоката“ на вектора в двумерния наглед, който използваме, ще смятаме за едновременно неизмеримо и заедно с това еквивалентно с първото число. Изобщо, можем да допуснем и неравенство и следователно ненулева разлика между тези две „допълнителни“ числа. Така ще получим континуум само външно подобен на полето на комплексните числа. Всъщност това би била една нова, неизвестна и неизследвана математическа структура, доколкото всички варианти на структури, базирани на двойки числа<sup>45</sup>, предполагат едновременното им наличие и в този „квантов“ смисъл – комутативност (но не, разбира се, в собствено математически, под който се разбира комутативност и на втората операция, дефинирана върху двойките числа).

Ако обаче се вгледаме в току-що предложения подход: категория изобщо, т.е. „категорията на категорията“ да се кодира върху хилбертовото пространство, то двете допълнителни числа се интерпретират като код на обект и код на морфизъм. Обратно, морфизмът и обектът ще бъдат собствено кодирани в хилбертовото пространство и неговото спрегнато. Поради тяхната идемпотентност между морфизми и обекти ще съществува пълна симетрия, а „информационната кривина“ ще бъде нулева. Несиметрията между морфизми и обекти количествено се представя като информационна кривина и оттук веднага се вижда, че тя представлява своеобразна „кривина и на хилбертовото пространство“. Тъй като хилбертовото пространство е в общия случай безкрайно-мерно, то винаги подлежи на еквивалентно „изправяне“, стига да е валидна достатъчно мощна аксиома за избора. Все пак под „изкривяване на хилбертовото пространство“ трябва по-скоро да се разбира увеличаване на кардиналното или ординалното число на неговия базис. В зависимост от това, дали се използва кардинално или ординално число, ще се получи различно определение на „кривина“, ако базисът не е краен.

По-нататък е очевидно, че на една математическа структура веднага може да се даде квантова кинематична или динамична интерпретация, т.е. да се тълкува

---

<sup>45</sup> Такива са комплексните числа, дуалните и двойните числа, при които квадратът на фиксирания и определящ за съответния тип числа коефициент приема стойност съответно – 1, 0, 1. За да определим нашите „допълнителни“ числа, чиято идея е почерпена по-скоро от квантовата механика, отколкото от математиката, трябва да въведем такъв коефициент  $i$  пред второто число, щото за произведението от реалната единица и него да е изпълнено съотношението за неопределеност. В такъв случай  $i$  би бил свършено неопределен. Това налага да въведем коефициент и пред първото число, така че  $i \cdot j \geq 1$ . Следователно допълнителните числа следва да се формулират поне за тройки числа.

като квантово движение, което я „кодира“. Такава перспектива, разбира се, отново е присърце на питагорейството, доколкото тълкува физическия фундамент на света върху една още по-дълбока математическа основа, състояща се в непрестанната метаморфоза на математически структури, осъществявана чрез кодиране и прекодиране.

В началото на текста беше обърнато внимание на шестия проблем на Хилберт (Hilbert 1900: 15-16) и беше издигната хипотезата, че като негово решение може или следва да се приеме наличието на вътрешно доказателство за съвпадение на модел и реалност в рамките на физическа теория и аксиоматизиран математически формализъм. Опитаме се да покажем, че теоремата на фон Нойман за отсъствие на скрити параметри (Neumann 1932: 170) и нейното критично (Bell 1966) обобщаване чрез неравенствата на Бел (1964) може да се разглежда като такова вътрешно доказателство в рамките на квантовата механика и геометричния формализъм на хилбертовите пространства. Този ход на мисли естествено се обобщава чрез предложената идея за кодиране на всяка категория чрез кубит (хилбертовото пространство), при което предполагаме, че такива модели притежават особеното свойство да съвпадат с моделираното. Тогава обаче следва да се отгласнем от двуполюсната епистема модел – реалност включително и в математическата или логическа теория на моделите, която ще се преобразува в една по питагорейски философска теория за онтологико-математическите същности.

Такъв подход – видяхме – има пряко отражение и върху „метаматематиката“, под което разбираме математическа и/или философска теория, която се занимава с обосноваването или самообосноваването на математиката, напр. в духа на втория проблем на Хилберт (можем да добавим към него, освен шестия, първия и отпадналия двадесет и четвърти) или на т. нар. теореми на Гьодел за пълнотата и компактността (Gödel 1930) и първа и втора теорема за непълнотата (Gödel 1931). Рефлексията се състои в това, че идеята за финитно аритметично обосноваване на математиката, „препъни камък“ за което е преди всичко актуалната безкрайност от теорията на множествата и парадоксите, които тя поражда, се изяснява като аксиома, която не може нито да бъде доказана, нито опровергана с вътрешно-математически средства.

Това разчиства пътя за нова стратегия в метаматематиката: да се търси пряко доказателство за пълнота и непротиворечивост на теорията на множествата (като

трудността идва именно от актуалната безкрайност), тъй като поклонението на Хилберт и на плеяда велики математици от XIX и XX век пред аритметизацията не почива на рационални доводи. На нейно място предложихме особен тип геометризация върху безкрайно-мерното хилбертово пространство. Самата актуална безкрайност е отблясък, вероятно необходимо с помощта на аксиомата за избора, на целостността или квантовата кохерентност, която лесно може да се дефинира върху хилбертово пространство, благодарение на опита от квантовата механика и информация. Интуитивно безкрайността е изначално „невинна“, ако произхожда от целостността. Става дума по същество за логически довод, че бинарното противоречие не може да се предиктира на субект, който по определение е унарен (целостността).

Всъщност това положение е отдавна известно в „класическата“ метаматематика, напр. чрез теоремата на Мартин Лъб (Löb 1955). Самореференциалността сама по себе си не води до парадокси, а единствено комбинирана с несамотъждественост.

Това лесно се илюстрира с парадокса на Ръсел (Russell 1908: 222): трудността идва от множеството от всички множества, които **не** принадлежат на себе си. Ръселовата теория на типовете забранява самореференциалността:

*Тип се определя като дефиниционната област на пропозиционална функция, т.е. като съвкупността от аргументи, за които дадената функция има стойности. Всеки път, когато има свързана променлива в пропозиция, дефиниционната област е тип, типът, бидейки фиксиран чрез функцията, за която се разглеждат „всички стойности“. Разделянето на обектите по типове е необходимо заради рефлексивните грешки, които иначе възникват. Тези грешки, както видяхме, следва да бъдат избягнати чрез това, което може да се нарече „принцип на порочния кръг“ [vicious-circle principle]; т.е. „никая тоталност не може да съдържа членове, дефинира в термини за нея“. Този принцип, на нашия технически език става: „Това, което съдържа една свързана променлива, не трябва да бъде възможна стойност на тази променлива“. Следователно, това, което съдържа свързана променлива трябва да бъде от тип, различен от възможните стойности на тази променлива; ще казваме, че е*

*от по - висш тип. Следователно свързаните променливи, съдържащи в един израз, са това, което определя неговия тип* (Russell 1908: 236-237).

Феферман (Feferman "Predicativity") посочва като въвеждане на понятието за непредикативност у Ръсел неговата статия „За някои трудности в теорията на трансфинитните числа“ (Russell 1973: 140-141).

Нещо наистина трябва да се забрани, но Ръсел не улучва кое точно. Това, което го подвежда, е сходството на непредикативността с порочен кръг. Всъщност обаче 'тоталността' следва да е по определение непредикативна, ако се налага да използваме термина на Ръсел.

Хайдегер на свой ред въвежда по същество тъкмо логическия порочен кръг и чрез това „непредикативността“ под името „херменевтичен кръг“ в основен метод на познание на битието (Heidegger 1977: 202-204, 210-211 и сл.). В подхода на неговата философска херменевтика то, разбира се, е тотално (пак там: 10-11, 48). Само тогава:

*Онтологията е възможна само като феноменология* (Heidegger 1997: 48).

Всъщност трябва да се добави аксиома, наречена по-горе аксиома за кохерентността, която да изключи не безобидната самореференциалност, а действително опасното 'множество от всички множества, които не принадлежат на себе си'. Предлаганата аксиома за кохерентността в този контекст би гласяла, че всяко множество е цялост или че всяко множество е елемент на себе си, т.е. грубо казано – самореференциално. Тогава множествата, които не принадлежат на себе си, отпадат от разглеждане понеже съдържат грешка по определение.

Всъщност поуката идва от квантовата механика и от теоремата за отсъствие на скрити параметри в нея, от обобщението чрез експериментално доказаното нарушение на неравенствата на Бел, от самата поява и бурно развитие на дисциплината квантова информация, изучаваща явленията на сдвояване, обитаващи тъкмо областта на нарушаване на неравенствата на Бел (но не само нея). Съвпадението на модел и реалност и оттук обобщаването на класическата двуполюсна епистема в нова, циклично-холистична е заложено в постулираното добавяне на „особения“ елемент на всяко множество – то самото. На свой ред това съвпадение се доказва като еквивалентно на пълнота и непротиворечивост за една аксиоматична физико-математическа или „питагорейски тип“ теория.



Само ще споменем важния и интересен въпрос, че с аксиома от такъв род не се забраняват не само „несобствените интерпретации“, но и едновременното им разглеждане със „собствените“: напр., не се забраняват не само актуално безкрайно малките и нестандартния анализ на Робинсън (Robinson 1966), но и едновременното им разглеждане с потенциално безкрайно малките на класическия анализ. Всяка една от тези математически теории представлява цялост, но те и двете пак представляват цялост, но от дуален, обобщаващ тип.

## **52. Изводи и предстоящото**

Заключението е, че развитието косвено в математиката, физиката и непосредствено във философията кулминира в преобразуването на класическата двуполусна в нова, циклично-холистична епистема, за която беше използван вида на кюбит, онагледима като сфера и точка на нея – цялостност и посока. Тя освен останалото възстановява по нов и неочакван начин правата на едно осъвременено питагорейство, наречено дуално, поради синтезирането му с учението и определен тип философско тълкувание на квантовата механика и информация.

Ще се ограничим да припомним пет извода:

1. Шестият проблем на Хилберт в светлината на втория може да се смята за решен с даването на вътрешно за дадената теория доказателство за съвпадение на модел и реалност. Терминът „доказателство“ явно посочва, че то е математическо.

2. Квантовата механика и информация, благодарение на теоремата на фон Нойман и нейните обобщения посредством неравенствата на Бел или теоремата Коушън и Шпекър, удовлетворява изискването за съвпадение на модел и реалност.

3. Циклично-холистичната парадигма води до сливане и на съществуването в математиката, и съществуването изобщо и по този начин – до онтологизиране на числото (математическата структура).

4. Същностно принадлежащото на всяко нещо число позволява по нов начин да се осмисли въвеждането на вероятност на единично събитие чрез сложност по Колмогоров и условна ентропия и оттук понятието за квантова вероятност като съвпадение на субективна и обективна вероятност от класическата епистема.

5. Така въведена и тълкувана, вероятността имплицира понятие и количествен израз за информационна кривина и води до преосмисляне на приноса на небиетието към онтологията и до неотделимо вплитане на възможността в действителността.

Като насоки за по-нататъшна работа следва семиотичното осмисляне на числото (математическата структура) и оттук предефиниране на логиката като произхождаща от целостността на математика и език и обхождаща техните връзки заедно с мисленето изобщо. Основа на разглеждането ще бъде семантично-синтактичната интерпретация на вълновата функция и геометричната парадигма върху хилбертово пространство на теорията на категориите или логическият образ на последната под формата на теорията на институциите.

По-нататък предстои фундаментално-историческо осмисляне на числото (математическата структура) и броенето (времето). Ще се покаже, че математизирането на историята, произтича от вплитането на онтология във времето и далеч не е възникнал и по същество случаен процес, приумица на ексцентричен изследовател, какъвто облик му придаваше двуполюсната епистема. Обратният отблясък върху дисциплината на историята ще позволи да се открие нейният необходим, носещ понятиен скелет за обособяване на теоретичната история по посока на превръщането в крайна сметка в аксиоматизируема и следователно математическа дисциплина.

## ЛИТЕРАТУРА

- Arbey, A.** 2006 "Dark Fluid: a complex scalar field to unify dark energy and dark matter," *Physical Review D, Particles Fields*, 74(4): 043516.1-043516.7.
- Aerts, D., S. Aerts, J. Broekart, and L. Gabora** 2000 "The violation of Bell Inequalities in the Macroworld," *Foundations of Physics*, 30(9): 1387-1414.
- Aydede, M.** 1998 "Aristotle on episteme and nous: the posterior analytics," *Southern Journal of Philosophy*, 36(1): 15-46.
- Aspect, A., R.Grangier, and G. Roger** 1981 "Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem," *Physical Review Letters*, 47(7): 460-463.
- Aspect, A., R.Grangier, and G. Roger** 1982 "Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedanken Experiment: A New Violation of Bell's Inequalities," *Physical Review Letters*, 49(2): 91-94.
- Badiou, A.** 1969 *Le concept de modèle. Introduction à épistémologie matérialiste des mathématiques*. Paris: François Maspero. Badiou, A. 1988. *L'être et l'événement*. Paris: Seuil.
- Badiou, A.** 1990. *Le nombre et les nombres*. Paris: Seuil.
- Banach, S. and A. Tarski** 1924 "Sur la décomposition des ensembles de points en parties respectivement congruentes," *Fundamenta Mathematicae*, 6(1): 244-277.
- Barbour, J. and H. Pfister** (eds.) 1995 *Mach's Principle*. Boston, Basel, Berlin: Birkhäuser.
- Bartlett, M.** 1945 "Negative Probability," *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 41(1): 71-73 .
- Bueno, J., M. Coniglio, and W. Carnielli** 2004 "Finite algebraizability via possible-translations semantics," in: *Proceedings of CombLog'04. Workshop on Combination of Logics: Theory and Applications, Lisbon, July 2004* (eds. W. Carnielli, F. M. Dionísio, and P. Mateus) Lisboa : Instituto Superior Técnico, Departamento de Matemática, 79-85.
- Bell, J.** 1964 "On the Einstein – Podolsky – Rosen paradox," *Physics (New York)*, 1(3): 195-200.
- Bell, J.** 1966 "On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics," *Reviews of Modern Physics*, 38(3): 447-452.
- Bohr, N.** 1935 "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?" *Physical Review*, 48(8): 696-702.
- Boltzmann, L.** 1995 *Lectures on gas theory*. New York: Courier Dover Publications.
- Bokulich, A. and G. Jaeger** (eds.) 2010 *Philosophy of Quantum Information and Entanglement*. New York, Cambridge: Cambridge University Press.
- Born, M.** 1926 "Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge," *Zeitschrift für Physik*, 37(12): 863-867
- Born, M.** 1926 "Quantenmechanik der Stoßvorgänge," *Zeitschrift für Physik*, 38(11-12): 803-827.
- Born, M.** 1927 "Das Adiabatenprinzip in der Quantenmechanik," *Zeitschrift für Physik*, 40(3-4): 167-192.
- Born, M.** 1927 "Physical aspects of quantum mechanics," *Nature*, 119(2992): 354-357.

- Born, M.** 1954 "The statistical interpretation of quantum mechanics (Nobel Lecture, December 11, 1954)", *Science*, 122(3172): 675-679.
- Born, M and V. Fock** 1928 "Beweis der Adiabatsatzes," *Zeitschrift für Physik*, 51(3-4): 165-180.
- Bratteli, O. and D. Robinson** 1979 *Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics 1.  $C^*$ - and  $W^*$ -Algebras. Symmetry Groups. Decomposition of States*. New York, Heidelberg, Berlin: Springer Verlag.
- Cantor, G.** 1932 "Über die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reichen," in: *Georg Cantor gesammelte Abhandlungen: mathematischen und philosophischen Inhalts mit erläuternden Anmerkungen sowie mit Ergänzungen aus dem Briefwechsel Cantor – Dedekind* (ed. A. A. Fraenkel), Berlin: Julius Springer, 92-102.
- Cantor, G.** 1932 "Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre," in: *Georg Cantor gesammelte Abhandlungen: mathematischen und philosophischen Inhalts mit erläuternden Anmerkungen sowie mit Ergänzungen aus dem Briefwechsel Cantor – Dedekind* (ed. A. A. Fraenkel), Berlin: Julius Springer, 282-356.
- Caponigro, M.** 2008 "Interpretations of Quantum Mechanics: a critical survey," – <http://philsci-archive.pitt.edu/4340/1/ob.pdf> (accessed on 23.09.2012).
- Cattaneo, G., M. Chiara, R. Giuntini, and F. Paoli** 2009 "Quantum Logic and Nonclassical Logics," in: *Handbook of Quantum Logic and Quantum Structures. Quantum Logic* (eds. K. Engesser, D. Gabbay, D. Lenmann), Amsterdam, etc.: Elsevier, 127-226.
- Christian, J.** 2010 "Disproofs of Bell, GHZ, and Hardy Type Theorems and the Illusion of Entanglement," <http://arxiv.org/pdf/0904.4259v4> (accessed on 23.09.2012).
- Clausner, J. and M. Horne** 1974 "Experimental consequences of objective local theories," *Physical Review D*, 10(2): 526-535.
- Connes, A.** 1994 *Noncommutative geometry*, San Diego: Academic Press.
- Conway, J. and S. Kochen** 2006 "Free Will theorem," *Foundations of Physics*, 36(10): 1441-1473.
- Conway, J. and S. Kochen** 2008 "The Strong Free Will Theorem," *Notices of the American Mathematical Society*, 56(2): 226-232.
- Cox, R.** 1946 "Probability, Frequency and Reasonable Expectation," *American Journal of Physics*, 14(1): 1-13.
- Cox, R.** 1961 *The algebra of Probable Inference*, Baltimore: John Hopkins University Press.
- Cook, S.** 1971. The complexity of theorem proving procedures," in: *Proceedings of the third Annual ACM Symposium on Theory of Computing* (ed. Michael A Harrison), New York: ACM, 151-158.
- Crivelli, P.** 2004 *Aristotle on Truth*, Cambridge: University Press.
- Cuperberg, G.** 2007. "An introduction to quantum probability, quantum mechanics, and quantum computation," <http://www.math.ucdavis.edu/~greg/intro.pdf> (accessed on 23.09.2012).
- Derrida, J.** 1972 *Marges de la philosophie*, Paris: Minuit.
- Derrida, J.** 1987 *De l'esprit. Heidegger et la question*, Paris: Galilée.

- DeWitt, B. and J. Wheeler** (eds.). 1968 *The Everett-Wheeler Interpretation of Quantum Mechanics. Battelle Rencontres: 1967 Lectures in Mathematics and Physics*, New York: W.A.Benjamin.
- Dimitrov, A.** 1998 "Virtual information systems," *Integrative Psychological and Behavioral Science*, 33(1): 41-48.
- Deleuze, J., F. Guattari** 1972-1973 *Capitalisme et schizophrénie. L'Anti Œdip*, Paris: Minuit.
- Deleuze, J. and F. Guattari** 1980. *Capitalisme et schizophrénie. Mille Plateaux*, Paris: Minuit.
- Dirac, P.** 1942 "Bakerian Lecture. The Physical Interpretation of Quantum Mechanics," *Proceedings of the Royal Society of London A*, 180(980): 1-40.
- Dirac, P.** 1958. *Principles of Quantum mechanics* (forth edition). Oxford, New York: Oxford University Press (reprinted 2004).
- Donkel, D.** 1992 *The Understanding of Difference in Heidegger and Derrida*, New York: Peter Lang.
- Durand, B. and A. Zvonkin** 2007 "Kolmogorov complexity," in: *Kolmogorov's Heritage in Mathematics* (eds. E. Charpentier, A. Lesne, N. Nikolski). Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 281-299.
- Gödel, K.** 1930 "Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls," *Monatshefte der Mathematik und Physik*, 37(1): 349-360.
- Gödel, K.** 1931 "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systeme I," *Monatshefte der Mathematik und Physik*, 38(1): 173-198.
- Eco, U.** 1989 *Im Labyrinth der Vernunft. Texte über Kunst und Zeichen*, (transl. Michael Franz) Leipzig: Philipp Reclam.
- Einstein, A.** 1905 "Zur Elektrodynamik bewegter Körper," *Annalen der Physik*, 17(10): 891-921.
- Einstein, A.** 1905 "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt," *Annalen der Physik*, 17(6): 132-148.
- Einstein, A.** 1916 "Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie," *Annalen der Physik, Vierte Folge*, 49(7): 769-822.
- Einstein, A.** 1918 "Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie," *Annalen der Physik*, 55(4): 241-244.
- Einstein, A., B. Podolsky, and N. Rosen.** 1935 "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?" *Physical Review*, 1935, 47(10): 777-780;
- Elden, S.** 2006 *Speaking Against Number. Heidegger, Language and the Politics of Calculation*, Edinburgh: University Press.
- Epperson, M.** 2004 *Quantum Mechanics and the Philosophy of Alfred North Whitehead*, New York: Fordham University Press.
- Everett III, H.** 1957 "„Relative state" Formulation of Quantum Mechanics," *Reviews of Modern Physics*, Vol. 29, No 3 (July 1957), 454-462.
- Favrholdt, D.** 1992 *Niels Bohr's Philosophical Background*, Copenhagen: Munksgaard.

- Faye, J.** 1991 *Niels Bohr: His Heritage and Legacy*, Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers.
- Faye, J. and H. Folse.** 1994 *Niels Bohr and contemporary philosophy*. Dordrecht, Boston: Kluwer Academic Publishers .
- Foucault, M.** 1966 *Les mots et les choses. Une archéologie des sciences humaines*, Paris: Gallimard.
- Feferman, S.** "Predicativity," <http://math.stanford.edu/~feferman/papers/predicativity.pdf> (accessed on 23.09.2012).
- Feynman, R.** 1996 *Feynmann Lectures on Computation*, Reading, Mass: Addison-Wesley.
- Finetti, B. de** 1937 "La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives," *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 7(1): 1-68.
- Fortnow, L.** 2009 "The status of the P versus NP problem," *Communications of the ACM*, 52(9): 78-86.
- Gadamer, H.-G.** 1960 *Wahrheit und Methode. Grundzüge der philosophischen Hermeneutik*, Übingen: Mohr.
- Gadamer, H.-G.** 1979. "Das hermeneutische Problem der Anwendung," in: *Seminar: Philosophische Hermeneutik* (H.-G. Gadamer, G. Boehm, Hrsg.), Frankfurt am Main: Suhrkamp, 327-332.
- Gadamer, H.-G.** 1979 "Die philosophischen Grundlagen des 20. Jahrhunderts," in: *Seminar: Philosophische Hermeneutik* (H.-G. Gadamer, G. Boehm, Hrsg.), Frankfurt am Main: Suhrkamp, 316-326.
- Gamow, G.** 1970 *My World Line. An Informal Autobiography*, New York: The Viking Press.
- Gentzen, G.** 1935 "Untersuchungen über das logische Schließen. I," *Mathematische Zeitschrift*, 39(1): 176-210.
- Gentzen, G.** 1935 "Untersuchungen über das logische Schließen. II," *Mathematische Zeitschrift*, 39(1): 405-431.
- Gianantonio, P. di** 2004 "Structures for multiplicative cyclic linear logic: deepness vs cyclicity," *Lecture notes in computer science*, 3210: 130-144
- Gibbs, J.** 1902 *Elementary Principles of Statistical Mechanics*. New York: Charls Scribner's; Sons, London: Edward Arnold.
- Gillies, D.** 2000 *Philosophical Theories of Probability*, London, New York: Routledge
- Girard, J.-Y.** 1987 "Linear logic," *Theoretical Computer Science*, 50(1): 1-102
- Girard, J.-Y.** 1995 "Linear Logic: its syntax and semantics," in: *Advances in Linear Logic* (J.-Y. Girard, Y. Lafont, L. Regnier, eds.), Cambridge: University Press, 1-42.
- Goguen, J., T. Mossakowski, V. de Paiva, F. Rabe, and L. Schröder** 2007 "An Institutional View on Categorical Logic," *International Journal of Software and Informatics*, 1(1): 129-152 .
- Gudder, S.** 1988 *Quantum probability*, Boston : Academic Press.
- Hald, A.** 2003 *A history of probability and statistics and their applications before 1750* Hoboken, N.J.: Wiley-IEEE.
- Hamkins, J. and A. Lewis.** 2000 "Infinite Time Turing Machines," *The Journal of Symbolic Logic*, 65(2): 567-604.

- Hanna, R.** 2006 *Rationality and logic*, Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Heidegger, M.** 1977 *Sein und Zeit*, Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann (Gesamtausgabe, 2).
- Heidegger, M.** 1976 *Logik. Die Frage der Wahrheit*, Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann (Gesamtausgabe, 21).
- Heidegger, M.** 1976 *Wegmarken*, Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann (Gesamtausgabe, 9).
- Heidegger, M.** 1981 *Erläuterungen zu Hölderlins Dichtung*, Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann (Gesamtausgabe, 4).
- Heidegger, M.** 2000 *Vorträge und Aufsätze*, Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann (Gesamtausgabe, 7).
- Heidegger, M.** 2001 *Sein und Wahrheit. 1. Die Grundfrage der Philosophie. 2. Vom Wesen der Wahrheit*, Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann (Gesamtausgabe, 36/37).
- Heidegger, M.** 2006. *Identität und Differenz*, Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann (Gesamtausgabe, 11).
- Hermann, A.** 2004 *To think like God: Pythagoras and Parmenides, the origins of philosophy*, Las Vegas: Parmenides Publishing.
- Hermann, G.** 1935 "Die Naturphilosophischen Grundlagen der Quantenmechanik," *Naturwissenschaften*, 23(42): 718-721.
- Hilbert, D.** 1903 *Grundlagen der Geometrie*, Leipzig: B. G. Teubner.
- Hilbert, D.** 1900 "Mathematische Probleme (Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker-Kongreß zu Paris 1900)," (accessed on 23.09.2012) <http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/~kersten/hilbert/rede.html> .
- Hilbert, D. and P. Bernays** 1968 *Grundlagen der Mathematik*, Berlin, Heidelberg, New York: Springer.
- Hungerford, T.** 1996 *Algebra*, New York: Springer.
- Husserl, E.** 1973 *Cartesianische Meditationen und Pariser Vorträge*, Haag: Martinus Nijhoff (Husserliana, I).
- Husserl, E.** 1976 *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendente Phänomenologie. Eine Einleitung in die phänomenologische Philosophie*, Haag: Martinus Nijhoff (Husserliana, IV).
- Husserl, E.** 1976 *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie. Erstes Buch. Allgemeine Einführung in die reine Phänomenologie* (1-2 Halbband). Der Haag: Martinus Nijhoff (Husserliana, III/1-2).
- Hylland, D. and J. Manoussakis** (eds.). 2006 *Heidegger and the Greeks*, Bloomington, IN, Indianapolis: Indiana University Press.
- Jaynes, E.** 1965 "Gibbs vs Boltzmann entropies," *American Journal of Physics*, 33(5): 391-398.
- Kahn, C.** 2001 *Pythagoras and the Pythagoreans. A Brief History*, Indianapolis, Cambridge: Hackett.
- Kashlinsky, A., F. Atrio-Barandela, D. Kocevski, and H. Ebeling** 2008 "A measurement of large-scale peculiar velocities of clusters of galaxies: results and cosmological implications," *Astrophysical Journal Letters*, 686(2): L49-L52.

- Kochen, S. and E. Specker** 1968 "The problem of hidden variables in quantum mechanics," *Journal of Mathematics and Mechanics*, 17(1): 59-87.
- Kolmogorov, A.** 1933 *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Berlin: Springer.
- Konopleva, N.** 2006 "Relativistic physics and geometry," *Gravitation and Cosmology*, 12(2-3): 186-190.
- Latour, B.** 1991 *Nous n'm'ons jamais été modernes, Essai d'anthropologie symétrique*, Paris: La Découverte.
- Laplace, M. le comte** 1816 *Essai philosophique sur les probabilités*, Paris: Courcier.
- Lévinas, E.** 1988 *Totalité et infini: essai sur l'extériorité*, Dordrecht, Boston, London: Kluwer.
- Lee, J.-W., J. Lee, and H.-C. Kim** 2007 "Dark energy from vacuum entanglement," *Journal of Cosmology and Astrparticle Physics*, 2007(8): 005.
- Li, M. and P. Vitányi** 2008 *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications*, New York: Springer.
- Löb, M.** 1955 "Solution of a problem of Leon Henkin," *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 20(2): 115-118.
- Long, C.** 2011 *Aristotle on the Nature of Truth*, Cambridge: University Press.
- Martin-Löf, P.** 1966 "The Definition of Random Sequences," *Information and Control*, 9(6): 602-619.
- Martin-Löf, P.** 1966 *Algorithmen und zufällige Folgen*, Erlangen: Mathematischen Institut der Universität Erlangen-Nürnberg.
- Martin-Löf, P.** 1971 "Hauptsatz for the intuitionistic theory of iterated inductive definitions," in: *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium* (ed. J. Fenstad). Amsterdam – London: Noth-Holland Publishing Company (Studies in Logic and the Foundations of mathematics, 63), 179-216.
- Martin-Löf, P.** 1971 "Hauptsatz for the theory of species," in: *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium* (ed. J. Fenstad), Amsterdam, London: Noth-Holland Publishing Company, (Studies in Logic and the Foundations of mathematics, 63), 217-233.
- Martin-Löf, P.** 1984 *Intuitionistic Type Theory*, Napoli: Bibliopolis.
- McEvoy, P.** 2001 Niels Bohr: *Reflections on Subject and Object*, San Francisco: MicroAnalytix.
- McKincey, J., A. Sugar, and P. Suppes** 1953 "Axiomatic Foundations of Classical Particle Mechanics," *Journal of Rational Mechanics and Analysis*, 2(2): 353-272.
- McMahon, D.** 2009 *String Theory Demystified*, New York: McGraw Hill.
- Meyer, P.** 1993. *Quantum probability for probabilists*, Berlin, New York : Springer.
- Michelson, A.** 1881 "The Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether," *American Journal of Science, Series 3*, 22(128): 120-129.
- Michelson, A. and E. Morley** 1887 "The Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether" *American Journal of Science, Series 3*, 34(203): 333-345.
- Mossakowski, T., J. Goguen, R. Diaconescu, and A. Tarlecki** 2007 "What is a Logic?" in: *Logica Universalis* (ed. J.-Y. Beziau), Basel: Birkhäuser, 111-133.
- Mossakowski, T., R. Diaconescu, and A. Tarlecki** 2009 "What is a Logic Translation?" *Logica universalis*, 3(1): 95-124.



- Neumann, J. von** 1923 "Zur Einführung der transfiniten Zahlen," *Acta Szeged*, 1(4): 199-208.
- Neumann, J. von** 1928 "Über die Definitionen durch transfinite Induktion, und verwandte Fragen der allgemeinen Mengenlehre," *Mathematische Annalen*, 99(1): 373–391.
- Neumann, J. von** 1929 "Zur Algebra der Funktionaloperationen und Theorie der normalen Operatoren," *Mathematische Annalen*, 102(1): 370–427.
- Neumann, J. von** 1932 *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin: Verlag von Julius Springer.
- Neumann, J. von** 1936 "On a Certain topology for Rings of Operators," *The Annals of Mathematics*, 2<sup>nd</sup> Ser., 37(1): 111–115.
- Neumann, J. von** 1939 "On infinite direct products," *Compositio Mathematica*, 6: 1–77.
- Neumann, J. von** 1940 "On rings of operators III" *The Annals of Mathematics*, 2<sup>nd</sup> Ser. Vol. 41(1): 94–161
- Neumann, J. von** 1943 "On Some Algebraical Properties of Operator Rings," *The Annals of Mathematics*, 2<sup>nd</sup> Ser, 44(4): 709–715.
- Neumann, J. von** 1949 "On Rings of Operators. Reduction Theory," *The Annals of Mathematics*, 2<sup>nd</sup> Ser., 50(2): 401–485.
- Nielsen, M. and I. Chuang** 2000 *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge: University Press.
- Mattarese, S., M. Colpi, V. Gorini, and U. Moschella** (eds.). 2011 *Dark Matter and Dark Energy. A Challenge for Modern Cosmology*, Dordrecht – Heidelberg – London – New York: Springer.
- O'Meara, D.** 1990 *Pythagoras Revived. Mathematics in the Late Antiquity*, Oxford: Clarendon Press; New York: Oxford University Press.
- Omnès, R.** 1999 *Quantum Philosophy. Understanding and Interpreting Contemporary Science*, Princeton: University Press.
- O'Riartaigh, L.** 1997. *The dawning of gauge theory*. Princeton: University Press.
- Pauli, W.** 1930 "The letter of the 4th of December 1930," <http://microboone-docdb.fnal.gov/cgi-bin/RetrieveFile?docid=953;filename=pauli%20letter1930.pdf> (accessed on 01.10.2012).
- Pauli, W.** 1961 "Zur älteren und neueren Geschichte des Neutrinos," in: W. Pauli. *Aufsätze und Vorträge über Physik und Erkenntnistheorie* (ed. V. F. Weisskopf). Braunschweig: Vieweg, 156-180.
- Peirce, C.** 1984 *Writings of Charles S. Peirce: a chronological edition* (eds. Max H. Fisch, Christian J. W. Kloesel). Volume 1. 1857-1866. Bloomington: Indiana University Press.
- Popper, K.** 2002 *The Logic of Scientific Discovery*, London, New York: Routledge.
- Rabounski, D.** 2006 "New Effect of General Relativity: Thomson Dispersion of Light in Stars as a Machine Producing Stellar Energy," *Progress in Physics*, 4: 3-10.
- Ramsey, F.** 1978 *Foundations. Essays in Philosophy, Logic, Mathematic and Economics*, London and Henley: Routledge & Kegan Paul.
- Ramsey, F.** 2001 *The foundations of mathematics and other logical essays* (ed. R. Braithwaite). London: Routledge.

- Register, B.** 1997 "Complementarity: Content, Context and Critique," [http://enlightenment.supersaturated.com/essays/text/bryanregister/bohr\\_complimentarity.html](http://enlightenment.supersaturated.com/essays/text/bryanregister/bohr_complimentarity.html) (accessed on 01.10.2012).
- Rényi, A.** 1961 "On Measures of Entropy and Information", in *Proceedings of the 4. Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Vol. 1, Berkeley, Calif.: University of California Press, 547-561.
- Rieffel, M.** 2004 "Compact Quantum Metric Spaces," in: *Operator algebras, quantization, and noncommutative geometry: a centennial celebration honoring John von Neumann and Marshall H. Stone: AMS special session on operator algebras, quantization, and noncommutative geometry, a centennial celebration honoring John von Neumann and Marshall H. Stone, January 15-16, 2003*, (eds. R. Doran, R. Kadison) Baltimore, Maryland. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 315-330.
- Robinson, A.** 1966 *Non-Standard analysis*, Amsterdam: North-Holand.
- Russell, B.** 1907 "On some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types," *Proceedings London Mathematical Society*, 4(1): 29-53.
- Russell, B.** 1908 "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types," *American Journal of Mathematics*, 30(3): 222-262.
- Russell, B.** 1993 *Introduction to mathematical philosophy*, New York: Dover.
- Russell, B.** 2010 *Principles of Mathematics*, London, New York: Routledge.
- Sahni, V.** 2005 "Dark Matter and Dark Energy," in: *The Physics of the Early Universe* (ed. E. Papantonopoulos), New York: Springer (Lecture Notes in Physics, 653), 141-179.
- Santaló, L.** 2004 *Integral geometry and geometric probability*, Cambridge – New York: Cambridge University Press.
- Shannon, C.** 1948 "A Mathematical Theory of Communication," *The Bell System Technical Journal*, 27(3): 379-423; 27(4): 623-656.
- Schrödinger, E.** 1935 "Die gegenwärtige situation in der Quantenmechanik," *Die Naturwissenschaften*, 23(48): 807-812; 23(49): 823-828, 23(50): 844-849.
- Schrödinger, E.** 1984 "Gleichheit und Relativität der Freiheit," in: *Gesammelte Abhandlungen. IV. Allgemeinen wissenschaftlichen und populäre Aufsätze*, Wien: Verlag der Österreichischen Akademie des Wissenschaften; Brunschweig, Wiesbaden: Friedr. Vieweg&Sohn, 356-358.
- Schrödinger, E.** 1984 "Indeterminism and Free Will." in: *Gesammelte Abhandlungen. IV. Allgemeinen wissenschaftlichen und populäre Aufsätze*, Wien: Verlag der Österreichischen Akademie des Wissenschaften; Brunschweig, Wiesbaden: Friedr. Vieweg&Sohn, 356-358.
- Segal, S.** 2003 *Mathematicians under the Nazis*, Princeton: University Press.
- Seidel, G.** 1964. *Martin Heidegger and the pre-Socratics: an introduction to his thought*, Lincoln, NE : University of Nebraska Press.
- Skolem, T.** 1970 "Einige Bemerkungen zur axiomatischen Begründung der Mengenlehre," in: T. Skolem, *Selected works in logic* (ed. E. Fenstad), Oslo, etc: Univforlaget, 137-152.
- Solomon, H.** 1978 *Geometric probability*, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Thiele, R.** 2003 "Hilbert's Twenty-Forth Problem," *American Mathematical Monthly*, January 2003, 1-24. (<http://www.maa.org/news/Thiele.pdf>)

- Townsend, J.** 2000 *A modern approach to quantum mechanics*, Sausalito, CA: University Science Books.
- Troelstra, A.** 1992 *Lectures on linear logic*, Stanford, CA: Center for the Study of Language and Information.
- Tsallis, C.** 1988 "Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics," *Journal of Statistical Physics*, 52(1-2): 479-487.
- Turing, A.** 1937 "On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem," *Proceedings of London mathematical Society*, Ser. 2, 42(1): 230-265.
- Turing, A.** 1948 "Practical Forms of Type Theory," *Journal of Symbolic Logic*, 13(2): 80-94.
- Turing, A.** 2004 *The Essential Turing. Seminal Writings in Computing, Logic, Philosophy, Artificial Intelligence, and Artificial Life plus the Secrets of Enigma* (ed. B. Copeland). Oxford: Clarendon Press.
- Uzan, J.-P.** 2007 "The acceleration of the universe and the physics behind it," *General Relativity and Gravitation*, 39(3): 307-342.
- Vitanyi, P.** 2007 "Algorithmic chaos and the incompressibility method," in: *Kolmogorov's heritage in Mathematics* (eds. E. Charpentier, A. Lesne, N. Nikolski). Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 301-317.
- Vovk, V. and G. Shaffer.** 2003 "Kolmogorov's contributions to the foundations of probability," *Problems of Information Transmission*, 39(1): 21-31.
- Welch, P.** 2000 "The Length of Infinite Time Turing Machine Computations," *Bulletin of the London Mathematical Society*, 32(2): 129-256.
- Whitehead, A.** 1911 *An Introduction to mathematics*, New York: Henry Holt; London: Williams and Norgate.
- Whitehead, A. N.** 1978 *Process and Reality. An Essay in Cosmology*, New York: The Free Press – Macmillan.
- Yetter, D.** 1990 "Quanteles and (non-commutative) linear logic," *Journal of symbolic logic*, 50(1): 41-64.
- Аристотел** 1993 *Никомахова етика* (прев. Т. Ангелова)р С.: ГАЛ-ИКО.
- Звонкин, А. и Л. Левин** 1970 „Сложность конечных объектов и обоснование понятий информации и случайности с помощи теории алгоритмов," *Успехи математических наук*, 25(6): 85-127.
- Игнатов, А.** 1999 *Антропологическа философия на историята. За една философия на историята в постмодерната епоха*, С.: „Факел”.
- Колмогоров, А.** 1965 "Три подхода к определению „количество информации"," *Проблемы передачи информации*, 1(1): 3-11.
- Колмогоров, А.** 1969 "К логическим основам теории информации и теории вероятностей," *Проблемы передачи информации*, 5(3), 3-7.
- Мамардашвили, М. и А. Пятигорский** 1997 *Символ и сознание. Метафизические рассуждения о сознании, символике и языке*, Москва: Языки русской культурой
- Мартин-Лёф, П.** 1966 "О понятии случайной последовательности," *Теория вероятностей и ее применения*, 9(1): 198-200.

**Морозов, А.** 1992 "Теория струн – что это такое?" *Успехи физических наук*, 162(8): 83-175.

**Николай Кузански** 1993 *За ученото незнание*, С.: Наука и изкуство.

**Пенчев, В.** 2005 "Квантовият компютър: квантовите ординали и типове алгоритмична неразрешимост," *Философски алтернативи*, 14(6): 59-71.

**Пенчев, В.** 2008 *Разумът в цивилизацията. Към философско осмисляне на цивилизационния подход в историята*, С.: ИФИ-БАН.

**Пенчев, В.** 2009 *Философия на квантовата информация. Айнщайн и Гьодел*, С.: ИФИ-БАН.

**Пенчев, В.** 2010 "Неразрешимост на т. нар. първа теорема на Гьодел за непълнотата," *Философски алтернативи*, 19(5): 104-119.

**Пенчев, В.** 2012 „Философски поглед към въвеждането на отрицателна и комплексна вероятност в квантовата информация," *Философски алтернативи*, 21(1): 63-78.

**Петров, С.** 1971 *Логическите парадокси във философска интерпретация*, С.: Наука и изкуство.

**Суханов, А. и Ю. Рудой.** 2006 "Об одной незамеченной идее Гибса (комментарии к главе IX его классической книги)," *Успехи физических наук*, 176(5): 551-555.



Васил Пенчев

**МАТЕМАТИЗИРАНЕТО НА ИСТОРИЯТА**  
**ЧИСЛО И БИТИЕ**

Рецензенти:

Проф. д. фил. н. Нонка Бомилова

Доц. д. фил. н. Вяра Николова

Българска. Първо. Формат 60x84/16

Печатни коли 10.375

Издателство „Оргсистем –  
Център за социални и хуманитарни и изследвания“  
ISBN 978-954-8481-02-1